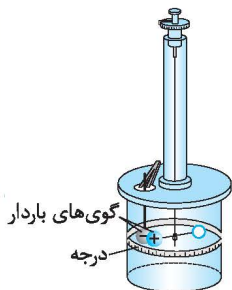


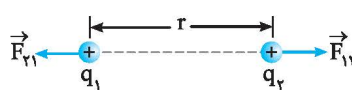
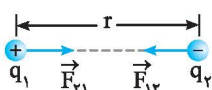
## درسنامه ۲

## قانون کولن



اجسام باردار به یکدیگر نیروی جاذبه و دافعه وارد می‌کنند که به آن نیروی الکتریکی می‌گویند. دانشمند فرانسوی، شارل آگوستین کولن با استفاده از یک ترازوی پیچشی، عوامل مؤثر بر نیروی بین دو جسم باردار کوچک را مشخص کرد.

اگر دو بار  $q_1$  و  $q_2$  در فاصله  $r$  از یکدیگر قرار گیرند، مطابق شکل‌های زیر به یکدیگر نیرو وارد می‌کنند:



(ب) نیروی الکتریکی بین دو بار الکتریکی ناهم‌نام، رپایشی است.

(ا) نیروی الکتریکی بین دو بار الکتریکی هم‌نام، رانشی است.

$F_{12}$  نیرویی است که بار  $q_1$  به بار  $q_2$  وارد می‌کند و  $F_{21}$  نیرویی است که بار  $q_2$  به بار  $q_1$  وارد می‌کند. در مورد جهت این نیروها به نکات زیر توجه کنید: (این دو نیرو همیشه خلاف جهت هم هستند.)

(۲) راستای این دو نیرو در راستای خطی است که دو ذره را به هم متصل می‌کند.

(۳) اندازه این دو نیرو همیشه با هم برابر است و از رابطه قانون کولن به صورت زیر به دست می‌آید.

تعریف قانون کولن: بزرگی نیروی الکتریکی رپایشی و رانشی بین دو ذره باردار  $q_1$  و  $q_2$  که در فاصله  $r$  از یکدیگر قرار دارند، با حاصل ضرب اندازه بار دو ذره نسبت مستقیم و با مجذور فاصله بین دو ذره از هم، نسبت وارون دارد:

$$\underbrace{F_{12} = F_{21} = F}_{\text{قانون سوم نیوتون}} \Rightarrow F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2}$$

$q_1$  و  $q_2$ : بار دو جسم بر حسب کولن (C)،  $r$ : فاصله بین دو ذره بر حسب متر (m)

$$k: \text{ثابت کولن بر حسب } \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2} \quad (k = 8.99 \times 10^9 \approx 9 \times 10^9)$$

ضریب  $k$  را بر حسب ضریب ثابت دیگری به نام  $\epsilon_0$  (ضریب گذردهی الکتریکی خلأ) بیان می‌کنند.

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}, \quad \epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N.m}^2}$$

دو ذره  $q_1 = +3\mu\text{C}$  و  $q_2 = -6\mu\text{C}$  در فاصله  $30\text{cm}$  از یکدیگر ثابت شده‌اند.

(آ) اندازه نیرویی که ذره  $q_1$  به  $q_2$  وارد می‌کند، بزرگ‌تر است یا اندازه نیرویی که  $q_2$  به  $q_1$  وارد می‌کند؟

(ب) اندازه نیرویی را که این دو ذره به یکدیگر وارد می‌کنند، محاسبه کنید.

**پاسخ:** (آ) طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که دو ذره به یکدیگر وارد می‌کنند با هم برابرند:



$$F_{12} = F_{21}$$

$$F = k \frac{q_1 \times |q_2|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{3 \times 10^{-6} \times 6 \times 10^{-6}}{(30)^2 \times 10^{-4}} = 1.8 \text{ N}$$

(ب) از قانون کولن استفاده می‌کنیم:

دو بار نقطه‌ای  $+2\mu\text{C}$  و  $+10\mu\text{C}$  در فاصله  $r$  از یکدیگر ثابت شده‌اند. اگر بزرگی نیرویی که بار  $+2\mu\text{C}$  به بار  $+10\mu\text{C}$  وارد می‌کند

برابر  $F$  باشد، بزرگی نیرویی که بار  $+10\mu\text{C}$  به  $+2\mu\text{C}$  وارد می‌کند چند  $F$  است؟

**پاسخ:** طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که دو ذره باردار به هم وارد می‌کنند هم‌اندازه هستند.

درسنامه ۲

مثال

دو ذره باردار  $q_1$  و  $q_2$  در محل خود ثابت شده‌اند. اگر  $\vec{F}_{21}$  در جهت مثبت محور  $x$  باشد،  $\vec{F}_{12}$  در کدام جهت است؟  
**پاسخ:** طبق قانون سوم نیوتون جهت نیروها خلاف یکدیگر است، بنابراین اگر یکی از نیروها در جهت مثبت محور  $x$  باشد، نیروی دیگر در جهت منفی محور  $x$  خواهد بود.

نکته

طبق رابطه قانون کولن اگر فاصله بین دو بار الکتریکی  $n$  برابر شود، نیرو  $\frac{1}{n^2}$  برابر می‌شود، یعنی به عنوان مثال اگر فاصله ۲ برابر شود، نیرو  $\frac{1}{4}$  برابر می‌شود و اگر یکی از بارها  $n$  برابر شود، نیرو نیز  $n$  برابر می‌شود.

مثال

در هر یک از حالت‌های زیر نیروی بین دو ذره باردار چند برابر می‌شود؟  
 (آ) فاصله بارها دو برابر شود.  
 (ب) فاصله بارها نصف شود.  
 (پ) فقط اندازه یکی از بارها دو برابر شود.  
 (ت) اندازه هر یک از بارها دو برابر شود.

$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

**پاسخ:** (آ) طبق قانون کولن، نیرو با مجذور فاصله رابطه عکس دارد.

بنابراین:

$$F \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \xrightarrow{r_2=2r_1} \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

اگر فاصله دو بار دو برابر شود، نیرو  $\frac{1}{4}$  برابر می‌شود یا:

$$F \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \xrightarrow{r_2=\frac{1}{2}r_1} \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{1}{\frac{1}{2}}\right)^2 = 4$$

(ب) اگر فاصله نصف شود، نیرو ۴ برابر می‌شود یا:

$$F \propto |q_1| |q_2| \xrightarrow{\text{اندازه } q_1 \text{ دو برابر، اندازه } q_2 \text{ ثابت}} F \propto |q_1| \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{2|q_1|}{|q_1|} = 2 \quad (\text{پ})$$

$$F \propto |q_1| |q_2| \xrightarrow{\text{اندازه } q_1 \text{ و } q_2 \text{ دو برابر شده‌اند}} \frac{F_2}{F_1} = \frac{2|q_1| \times 2|q_2|}{|q_1| |q_2|} = 4 \quad (\text{ت})$$

**توجه:** رابطه قانون کولن برای نیروی بین دو ذره باردار است. محاسبه نیروی الکتریکی بین دو جسم باردار بزرگ نیاز به ریاضیات پیشرفته‌تری دارد. در مسائل فرض بر این است که می‌توانید دو جسم را مانند دو ذره در نظر بگیرید.

مثال

دو بار هم‌اندازه  $q$  روی دو کره فلزی مشابه در فاصله معینی از یکدیگر قرار دارند. اگر نیمی از یکی را برداشته و به دیگری اضافه کنیم، نیروی الکتریکی بین دو بار در همان فاصله، در هر یک از حالات زیر چند برابر می‌شود؟  
 (آ) بارها هم‌نام باشند.  
 (ب) بارها ناهم‌نام باشند.

$$\frac{F'}{F} = \frac{k \frac{|\frac{1}{2}q| |\frac{3}{2}q|}{r^2}}{k \frac{|q| |q|}{r^2}} = \frac{3}{4}$$

**پاسخ:** (آ) اگر بارها هم‌نام باشند، بار ذره اول به  $\frac{1}{2}q$  و بار ذره دوم به  $\frac{3}{2}q$  می‌رسد.

(ب) اگر بارها ناهم‌نام باشند و نیمی از بار اول را برداریم، آن‌گاه بار آن به  $\frac{1}{2}q$  می‌رسد و اگر این نصف بار را به بار دوم اضافه کنیم، با توجه به ناهم‌نام بودن بارها، نصف بار دوم خنثی می‌شود و بار دوم نیز از نظر مقدار به  $\frac{1}{2}q$  می‌رسد.

$$q'_1 = \frac{1}{2}q, q'_2 = -\frac{1}{2}q \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{k \frac{|\frac{q}{2}| \times |\frac{q}{2}|}{r^2}}{k \frac{q^2}{r^2}} = \frac{1}{4}$$

## ۲ درسنامه

مثال

دو کره فلزی یکسان که روی دو پایه عایق قرار دارند، دارای بارهای الکتریکی  $q_1 = +12\mu\text{C}$  و  $q_2 = -2\mu\text{C}$  می‌باشند. اگر این دو کره را با هم تماس داده و سپس از هم جدا کنیم و در همان فاصله قبل قرار دهیم، نیروی بین آن‌ها چند برابر می‌شود؟

**پاسخ:** با توجه به یکسان بودن کره‌ها، بار جدید کره‌ها به صورت زیر به دست می‌آید:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{12 + (-2)}{2} = +5\mu\text{C}$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q'_1| \times |q'_2|}{|q_1| \times |q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = \frac{5 \times 5}{12 \times 2} \times 1 = \frac{25}{24}$$

حال با توجه به رابطه کولن نسبت نیروها را می‌نویسیم:

نکته

یک کولن بار الکتریکی، مقدار بار بسیار زیادی است. در مثال زیر این موضوع را درک خواهید کرد.

مثال

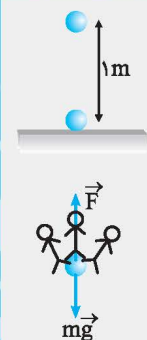
دو کره رسانای بزرگ در فاصله یک متری از هم قرار دارند و به هر کدام از آن‌ها بار  $+1\text{C}$  داده‌ایم. برای این‌که کره بالایی در همان فاصله یک متری باقی بماند، چند انسان  $100$  کیلوگرمی باید روی کره بالایی بایستند؟ از وزن کره‌ها صرف نظر کنید. ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ ,  $k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$ )

**پاسخ:** باید وزن انسان‌ها، نیروی  $F$  را خنثی کند، بنابراین:

$$F = mg \times N \Rightarrow k \frac{q_1 q_2}{r^2} = mg \times N \Rightarrow 9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 1}{1^2} = 1000 \times N \Rightarrow N = 9 \times 10^6$$

تعداد انسان‌ها

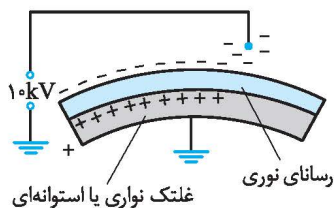
**توجه:** امکان قرار دادن بار یک کولن روی یک کره وجود ندارد.



## روش کار دستگاه کپی

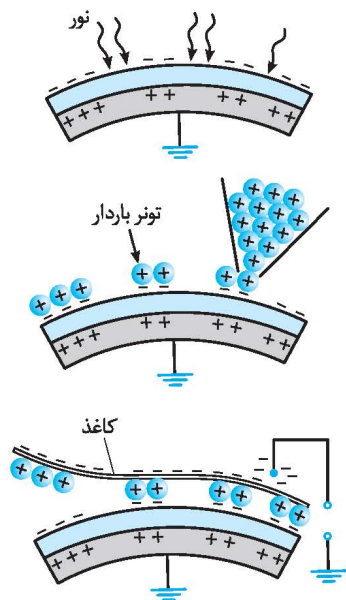
اساس کار دستگاه کپی بردار شدن و نیروی بین اجسام باردار است.

دستگاه کپی شامل استوانه‌ای است که به آن درام می‌گویند و مطابق شکل آن را به صورت مثبت باردار می‌کنند. سطح استوانه با روکش رسانا پوشانده شده است که آن را به صورت ناهم‌نام با درام یعنی منفی باردار می‌کنند.



هنگامی که برگه را روی سطح شیشه‌ای دستگاه قرار می‌دهند، نور شدیدی به آن تابانده می‌شود. قسمت‌های سفید رنگ کاغذ، نور را بازتاب می‌کنند ولی قسمت‌های تیره رنگ که شامل نوشته یا تصویر هستند، تقریباً بازتاب ناچیزی دارند. نورهای بازتاب‌شده پس از برخورد با بخش رسانای روی غلتک باعث خنثی شدن بار آن قسمت‌ها می‌شوند.

در مرحله بعد، پودر باردار را از روی غلتک عبور می‌دهند که جذب قسمت‌های باردار می‌شوند.



در مرحله آخر، کاغذ سفید که به صورت ناهم‌نام با پودر سیاه، باردار شده است را از روی آن عبور می‌دهند تا پودر سیاه را جذب می‌کند.



درسنامه ۲

ترکیب مسائل نیرو با حرکت شناسی

با رابطه  $F = ma$  آشنا شده‌اید؛ در این رابطه، نیروی  $F$  ممکن است نیروی الکتریکی باشد. بنابراین اگر نیرو از جنس الکتریکی باشد، باز هم می‌توانید از قانون دوم نیوتون استفاده کرده و شتاب حرکت ذره را به دست آورید.

**مثال** دو جسم کوچک رسانا و باردار با جرم یکسان  $2g$  حامل بارهای  $+10\mu C$  هستند و در فاصله  $30cm$  از یکدیگر نگه داشته شده‌اند؛ اگر

در این حالت رها شوند، شتاب ناشی از نیروی الکتریکی، بلافاصله پس از رها شدن چند  $m/s^2$  می‌شود؟  $(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$

**پاسخ:** ابتدا نیروی بین دو جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{10 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^{-6}}{900 \times 10^{-4}} = 10 N$$

حال از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم تا شتاب را به دست آوریم:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{10}{2 \times 10^{-3}} = 5 \times 10^3 m/s^2$$

**مثال** دو جسم باردار با بارهای  $q_1 = 4q$  و  $q_2 = 4q$  و جرم‌های  $m_1 = 2m$  و  $m_2 = 4m$  در فاصله کمی از یکدیگر نگه داشته شده‌اند. اگر تنها نیروی وارد بر این دو جسم نیروی الکتریکی آن‌ها به یکدیگر باشد، شتاب جسم دوم چند برابر شتاب جسم اول می‌شود؟

**پاسخ:** نیروی الکتریکی که دو جسم به یکدیگر وارد می‌کنند، هم‌اندازه است، بنابراین رابطه  $q_2 = 4q_1$  کاربردی ندارد.

شتاب با جرم رابطه عکس دارد:

$$a = \frac{F}{m} \xrightarrow{F \text{ هم‌اندازه}} \frac{a_2}{a_1} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{m_1}{4m_1} = \frac{1}{4}$$

۹. از داخل پرانتز کلمه مناسب را انتخاب کنید و یا جای خالی را با کلمه مناسب پر کنید.

(آ) اگر فقط اندازه یکی از بارهای الکتریکی دو برابر شود، اندازه نیروی الکتریکی بین دو بار ..... (نصف، دو برابر) می‌شود. (تمرین - شهریور ۹۵)

(ب) بزرگی نیروی الکتریکی بین دو ذره باردار با مربع فاصله دو ذره از هم نسبت ..... (مستقیم، وارون) دارد. (ریاضی - شهریور ۹۴ و شهریور ۸۸)

(پ) نیرویی که دو جسم ..... بر هم وارد می‌کنند، نیروی الکتریکی نام دارد. (تمرین - فرورداد ۸۹)

(ت) نیروی کولنی میان دو بار الکتریکی ..... رانشی است. (تمرین - فرورداد ۸۷)

(ث) با نصف شدن فاصله میان دو بار الکتریکی نقطه‌ای، نیروی الکتریکی بین آن‌ها .....  $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4})$  چهار برابر می‌شود. (ریاضی - دی ۸۸ و تمرین - فرورداد ۸۸)

۱۰. دو ذره با بارهای  $q_1 = 2\mu C$  و  $q_2 = 5\mu C$  در فاصله  $30$  سانتی‌متری از یکدیگر ثابت شده‌اند، نیروی الکتریکی که دو ذره به یکدیگر وارد

می‌کنند، چند نیوتون است؟  $(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$  (تمرین - شهریور ۸۹)

۱۱. دو ذره با بارهای  $q_1$  و  $q_2 = 5q_1$  در فاصله  $3$  سانتی‌متر از یکدیگر ثابت شده‌اند. اندازه نیرویی که دو ذره به یکدیگر وارد می‌کنند،  $50N$

است. اندازه  $q_1$  و  $q_2$  را حساب کنید.  $(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$  (تمرین - دی ۸۹)

۱۲. دو بار نقطه‌ای بر هم نیروی  $\vec{F}$  وارد می‌کنند. اگر فاصله بارها و همچنین اندازه یکی از بارها را دو برابر کنیم، نیرویی که بر هم وارد می‌کنند، چند  $\vec{F}$  می‌شود؟

۱۳. دو کره فلزی کوچک و هم‌اندازه دارای بارهای الکتریکی  $q_1 = -10\mu C$  و  $q_2 = 4\mu C$  در فاصله معینی از یکدیگر قرار دارند. دو کره را با هم تماس داده و در همان فاصله اولیه قرار می‌دهیم.

(آ) بار جدید هر کره چقدر است؟

(ب) چه تعداد الکترون بین کره‌ها مبادله شده است؟  $(e = 1/6 \times 10^{-19} C)$

(پ) اندازه نیروی الکتریکی بین دو کره چند برابر حالت اول شده است؟

## پاسخ‌های تشریحی

۱۳ آ) با توجه به یکسان بودن اندازه کره‌ها، بار جدید دو کره با هم برابرند و از فرمول زیر به دست می‌آیند:

$$q' = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{-10 + 4}{2} = -3 \mu\text{C}$$

ب) با مقایسه بار قدیم کره ۱ و بار جدید آن، مشخص می‌شود که به اندازه  $-7 \mu\text{C}$  بار از دست داده است.

$$q_1 = -10 \mu\text{C}, q'_1 = -3 \mu\text{C} \Rightarrow \Delta q = 7 \mu\text{C}$$

$$|\Delta q| = |ne| \Rightarrow 7 \times 10^{-6} = n \times 1.6 \times 10^{-19}$$

$$\Rightarrow n = \frac{7 \times 10^{-6}}{1.6 \times 10^{-19}} = \frac{7}{1.6} \times 10^{13}$$

$$= \frac{70}{16} \times 10^{13} = \frac{35}{8} \times 10^{13} = 4.375 \times 10^{13}$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q'_1| \times |q'_2|}{|q_1| \times |q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = \frac{3 \times 3}{10 \times 4} \times 1 = \frac{9}{40}$$

(پ)

۹ آ) دو برابر (ب) وارون (پ) بردار  
ت) هم نام (ث) چهار

۱۰ از قانون کولن استفاده می‌کنیم:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-6}}{30^2 \times 10^{-4}} = \frac{9 \times 10^2}{900} = 1 \text{ N}$$

۱۱ مقادیر بیان شده در مسئله را در قانون کولن وارد می‌کنیم:

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow 50 = 9 \times 10^9 \times \frac{|q_1| \times |\Delta q_1|}{3^2 \times 10^{-4}} \Rightarrow 50 = \Delta q_1^2 \times 10^{13}$$

$$\Rightarrow q_1^2 = 10^{-12} \Rightarrow |q_1| = 10^{-6} \text{ C} = 1 \mu\text{C}, |q_2| = 5 |q_1| = 5 \mu\text{C}$$

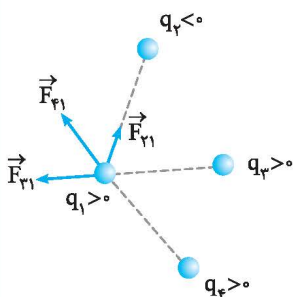
۱۲

$$\begin{cases} q'_1 = -2q_1 \\ q'_2 = q_2 \\ r' = 2r \end{cases} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|q'_1| \times |q'_2|}{|q_1| \times |q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = 2 \times 1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \vec{F}' = \frac{1}{2} \vec{F}$$

## درسنامه ۳

## برهم‌نهی نیروهای الکتروستاتیکی



آزمایش نشان می‌دهد اگر تعدادی ذره در یک فضا قرار داشته باشند، نیروی الکتریکی وارد بر هر ذره، برآیند نیروهایی است که هر یک از ذره‌ها در غیاب سایر ذره‌ها، بر آن ذره وارد می‌کنند. به عنوان مثال، اگر چند ذره مطابق شکل قرار داشته باشند، نیروهای وارد بر بار  $q_1$  را مطابق شکل رسم کرده و سپس برآیندگیری می‌کنیم:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{41} \quad \text{نیروی برآیند}$$

موضوع بیان شده را اصل برهم‌نهی نیروهای کولنی می‌گویند.

## مراحل استفاده از اصل برهم‌نهی

- مطابق شکل بالا نیروهای وارد بر ذره مورد نظر را طوری رسم کنید که ابتدای هر کدام از نیروها، روی ذره مورد نظر باشد.
- اندازه هر یک از نیروها را با استفاده از رابطه کولن محاسبه کنید.
- بردار نیروی خالص (نیروی برآیند) را رسم کنید. با توجه به جهت نیروها، اندازه بردار برآیند را به دست آورید.

انواع سؤال‌های اصل برهم‌نهی: سؤال‌های مربوط به اصل برهم‌نهی به سه دسته کلی تقسیم می‌شوند:

- ذره‌ها روی یک خط باشند. (۲) ذره‌ها در صفحه باشند به طوری که روی یک خط نباشند. (۳) ذره‌ها به صورت سه‌بعدی نسبت به هم قرار داشته باشند.
- در کتاب درسی حالت (۱) و حالت (۲) فقط برای حالتی که نیروها بر هم عمود هستند، بررسی شده است.

## حالت اول: ذره‌ها روی یک خط باشند.

در این حالت راستای نیروی بین ذره‌ها، هم‌راستا با خطی است که ذره‌ها روی آن قرار دارند. بنابراین نیروهای وارد بر هر ذره با هم هم‌جهت یا خلاف جهت هستند یعنی در هنگام برآیندگیری به ترتیب نیروها با هم جمع یا از هم کم می‌شوند.

**توجه:** اگر نیروها در راستای محور  $x$  باشند، می‌توان آن‌ها را بر حسب بردار یکه  $\hat{i}$  و اگر نیروها در راستای محور  $y$  باشند، می‌توان آن‌ها را بر حسب بردار یکه  $\hat{j}$  نوشت.

۳ درسنامه

مثال

سه ذره  $q_1 = +2/5 \mu C$ ،  $q_2 = -1/0 \mu C$  و  $q_3 = +4 \mu C$  مطابق شکل در محل خود ثابت شده‌اند. نیروی وارد بر بار  $q_3$  چند نیوتون و در کدام جهت است؟  $(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$

**پاسخ:** نیروی وارد بر  $q_3$  برابر است با برابری نیروهای وارد بر  $q_3$  از طرف  $q_1$  و  $q_2$  در غیاب بار دیگر. بنابراین باید  $F_{13}$  (نیروی که بار  $q_1$  به  $q_3$  وارد می‌کند) و  $F_{23}$  را جداگانه محاسبه کنیم:

$$F_{13} = k \frac{|q_1||q_3|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2/5 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(6)^2 \times 10^{-4}} = \frac{9 \times 10^{-2}}{36 \times 10^{-4}} = \frac{1}{4} \times 10^2 = 25 N$$

$$F_{23} = k \frac{|q_2||q_3|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{(2)^2 \times 10^{-4}} = \frac{9 \times 4 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-4}} = 90 N$$

با توجه به علامت بارها، جهت نیروهای  $F_{13}$  و  $F_{23}$  را تعیین می‌کنیم:



با توجه به این‌که دو نیرو در خلاف جهت هم هستند، باید آن‌ها را از هم کم کنیم:

$$F_T = F_{23} - F_{13} = 90 - 25 = 65 N$$

بنابراین  $\vec{F}_T$  هم‌جهت با  $\vec{F}_{23}$  و به سمت چپ خواهد شد.

مثال

مثال قبل را بر حسب بردارهای یگانه بنویسید.

**پاسخ:**  $F_{13}$  به سمت راست و  $F_{23}$  به سمت چپ است.

حال نیروی برآیند را محاسبه می‌کنیم:

یعنی اندازه نیرو  $65 N$  و به سمت خلاف جهت محور  $x$  ها است.

$$\vec{F}_{13} = +25 \vec{i}, \vec{F}_{23} = -90 \vec{i}$$

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = 25 \vec{i} + (-90 \vec{i}) = -65 \vec{i}$$

**نیروی صفر و بار در حال تعادل:** اگر دو ذره باردار  $q_1$  و  $q_2$  در محل خود ثابت شده باشند، می‌توان بار  $q_3$  را در محلی قرار داد که برآیند نیروهای وارد بر  $q_3$  از طرف  $q_1$  و  $q_2$  صفر شود و یا اصطلاحاً بار  $q_3$  در حالت تعادل قرار گیرد. برای تعیین محل  $q_3$  به نکات زیر توجه کنید.

- $q_3$  حتماً روی خطی که بارهای  $q_1$  و  $q_2$  را به یکدیگر متصل می‌کند قرار می‌گیرد، زیرا اگر روی خط نباشند، نیروهای وارد بر  $q_3$ ، زاویه‌ای می‌سازند که برآیند آن‌ها صفر نمی‌شود.
- مقدار و علامت  $q_3$  اهمیتی ندارد.
- اگر  $q_1$  و  $q_2$  هم‌نام باشند،  $q_3$  بین دو بار قرار می‌گیرد و اگر ناهم‌نام باشند،  $q_3$  خارج از دو بار قرار می‌گیرد.
- $q_3$  همیشه نزدیک‌تر به باری است که اندازه کوچک‌تری دارد.

مثال

دو بار  $q_1$  و  $q_2$  در فاصله  $30 \text{ cm}$  از یکدیگر ثابت شده‌اند. در هر یک از حالت‌های زیر بار  $q_3$  را دقیقاً در چه محلی قرار دهیم تا بار  $q_3$  در حالت تعادل قرار گیرد؟ (برآیند نیروهای وارد بر  $q_3$  صفر باشد).

(آ)  $q_1 = +2 \mu C$ ،  $q_2 = +8 \mu C$  (ب)  $q_1 = +2 \mu C$ ،  $q_2 = -8 \mu C$

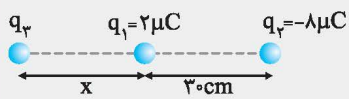
**پاسخ:** (آ) بارها هم‌نام هستند، بنابراین بار سوم بین دو بار قرار داده می‌شود. چون اگر در خارج دو بار قرار گیرد، دو نیروی  $\vec{F}_{13}$  و  $\vec{F}_{23}$  هم‌جهت می‌شوند و برآیند آن‌ها نمی‌تواند صفر باشد. برای در تعادل ماندن بار  $q_3$ ، باید نیروهای وارد بر آن از طرف  $q_1$  و  $q_2$  در خلاف جهت هم و هم‌اندازه باشند.

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{|q_1||q_3|}{x^2} = k \frac{|q_2||q_3|}{(30-x)^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|q_2|}{(30-x)^2} \Rightarrow \frac{2}{x^2} = \frac{8}{(30-x)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{4}{(30-x)^2} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{30-x} \Rightarrow 30-x = 2x \Rightarrow x = 10 \text{ cm}$$



## ۳ درسنامه



ب) بارها ناهم‌نام هستند. بنابراین محل بار سوم خارج فاصله دو بار و به بار کوچک‌تر نزدیک‌تر است. چون اگر در فاصله بین دو بار قرار گیرد،  $\vec{F}_{13}$  و  $\vec{F}_{23}$  هم‌جهت بوده و برآیند آن‌ها نمی‌تواند صفر باشد.

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{|q_1||q_3|}{x^2} = k \frac{|q_2||q_3|}{(30+x)^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|q_2|}{(30+x)^2}$$

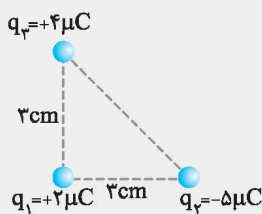
$$\Rightarrow \frac{2}{x^2} = \frac{2}{(30+x)^2} \Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{1}{(30+x)^2} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{30+x} \Rightarrow 2x = 30+x \Rightarrow x = 30 \text{ cm}$$

## حالت دوم: نیروهای عمود بر هم

اگر نیروها بر هم عمود باشند، با استفاده از رابطه فیثاغورس می‌توانید اندازه نیروی برآیند را محاسبه کنید.

نمایش بردارها بر حسب بردارهای یکه  $\vec{i}$  و  $\vec{j}$

یکی از روش‌های نمایش بردارها استفاده از بردارهای یکه  $\vec{i}$  و  $\vec{j}$  است. اندازه بردارهای  $\vec{i}$  و  $\vec{j}$  برابر ۱ واحد است. بردار  $\vec{i}$  در جهت محور X ها و بردار  $\vec{j}$  در جهت محور Y ها است. به عنوان مثال اگر برداری با اندازه ۲۰ واحد به سمت مثبت محور X ها باشد، می‌توانیم آن را به صورت  $20\vec{i}$  نمایش دهیم. اگر برداری با اندازه ۲۰ واحد به سمت منفی محور Y ها باشد، می‌توانیم آن را به صورت  $-20\vec{j}$  نمایش می‌دهیم.



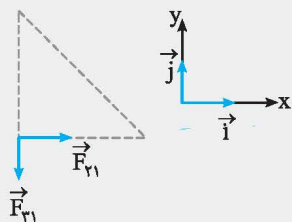
مطابق شکل سه ذره باردار در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه ثابت شده‌اند.

آ) برآیند نیروهای وارد بر  $q_1$  را، بر حسب بردارهای یکه بنویسید. ( $k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$ )

ب) اندازه برآیند را به دست آورده و جهت نیروی برآیند را روی شکل نشان دهید.

**پاسخ:** با توجه به علامت بارها، جهت نیروهای وارد بر  $q_1$  را نمایش می‌دهیم و سپس اندازه آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:

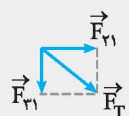
ا)



$$\begin{cases} F_{12} = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(3)^2 \times 10^{-4}} = 10^2 \text{ N} \\ \vec{F}_{12} = +100\vec{j} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_{13} = k \frac{|q_1||q_3|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-6}}{(3)^2 \times 10^{-4}} = 80 \text{ N} \\ \vec{F}_{13} = -80\vec{j} \end{cases}$$

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} = +100\vec{i} - 80\vec{j}$$



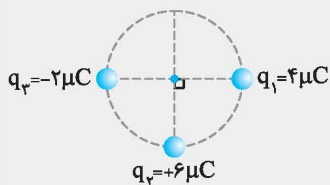
ب) بردارهای  $\vec{i}$  و  $\vec{j}$  بر هم عمود هستند. بنابراین از رابطه فیثاغورس استفاده می‌کنیم:

$$F_T = \sqrt{F_{12}^2 + F_{13}^2} = \sqrt{100^2 + 80^2} = \sqrt{10000 + 6400} = \sqrt{16400} = \sqrt{400(25+16)} = 20\sqrt{41} \text{ N}$$

۳ درسنامه

مثال

مطابق شکل سه بار الکتریکی روی دایره‌ای با شعاع ۱۰ cm قرار دارند. بزرگی نیروی وارد بر



بار  $q_f = 1 \mu C$  در مرکز دایره را تعیین کنید. ( $k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$ )

**پاسخ:** ابتدا جهت نیروهای وارد بر  $q_f$  را رسم می‌کنیم و سپس اندازه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$F_{1f} = k \frac{|q_1| |q_f|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{(0.1)^2} = 3/6 N$$

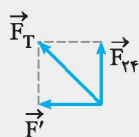
$$F_{2f} = k \frac{|q_2| |q_f|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{6 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{(0.1)^2} = 5/4 N$$

$$F_{3f} = k \frac{|q_3| |q_f|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{(0.1)^2} = 1/8 N$$

$\vec{F}_{3f}$  و  $\vec{F}_{1f}$  هم جهت هستند، بنابراین برآیند آن‌ها به صورت زیر می‌شود:

$$F' = F_{1f} + F_{3f} = 3/6 + 1/8 = 5/4 N$$

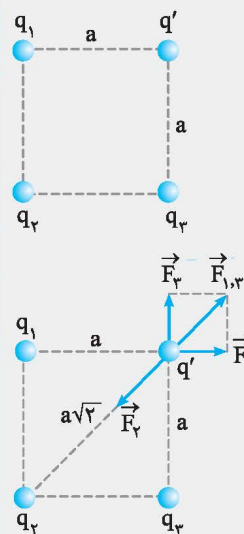
$$F_T = \sqrt{F_{2f}^2 + F'^2} = \sqrt{5/4^2 + 5/4^2} = 5/4 \sqrt{2} N$$



مثال

مطابق شکل چهار ذره باردار در چهار رأس مربعی ثابت شده‌اند.  $q_1 = q_3 = +1 nC$  است.

بار  $q_2$  چند نانوکولن باشد تا بار  $q'$  در حال تعادل باشد؟



**پاسخ:** علامت و مقدار بار در حال تعادل اهمیتی ندارد. برای رسم شکل فرض می‌کنیم علامت  $q'$  مثبت است. برای تعادل بار  $q'$  باید برآیند سه نیروی رسم شده، صفر شود.

$$F_1 = F_2 \Rightarrow F_{1,3} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{2} F_1$$

$$\text{در حال تعادل } q' \Rightarrow F_2 = F_{1,3} \Rightarrow k \frac{|q_2| |q'|}{(a\sqrt{2})^2} = \sqrt{2} \times k \frac{|q_1| |q'|}{a^2}$$

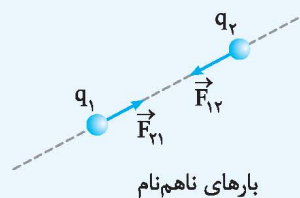
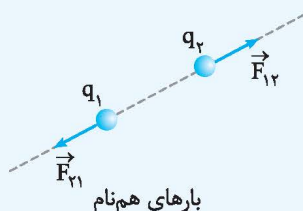
$$\Rightarrow \frac{|q_2|}{2a^2} = \sqrt{2} \frac{|q_1|}{a^2} \Rightarrow |q_2| = 2\sqrt{2} |q_1| \Rightarrow |q_2| = 16\sqrt{2} nC$$

علامت  $q_2$  باید مخالف علامت  $q_1$  و  $q_3$  باشد. یعنی  $q_2 = -16\sqrt{2} nC$  است.

**توجه:** طبق اصل کوانتیده بودن بار، مقدار بار یک جسم نمی‌تواند به صورت رادیکالی باشد ولی از نظر تئوری مقدار رادیکالی را می‌پذیریم.

نکته

نیروی بین دو بار الکتریکی در راستای خط واصل بین دو بار است و جهت آن به علامت بارها بستگی دارد.

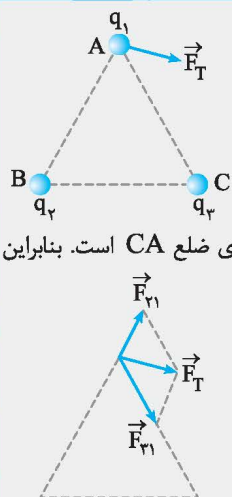


در تجزیه نیروی برآیند، از این نکته استفاده می‌کنیم.



## ۳ درسنامه

مثال



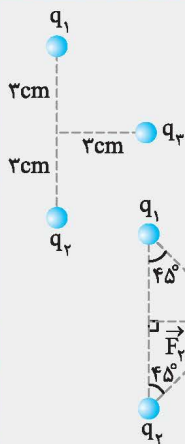
سه ذره باردار در سه رأس مثلث متساوی‌الاضلاعی قرار گرفته‌اند. اگر برابندی نیروهای الکتریکی وارد بر بار  $q_1$  مطابق شکل باشد، علامت و اندازه بارهای  $q_2$  و  $q_3$  را با هم مقایسه کنید.

**پاسخ:** نیرویی که  $q_2$  به  $q_1$  وارد می‌کند، در راستای ضلع  $BA$  و نیرویی که  $q_3$  به  $q_1$  وارد می‌کند، در راستای ضلع  $CA$  است. بنابراین نیروی  $F_T$  را تجزیه می‌کنیم تا  $F_{21}$  و  $F_{31}$  مشخص شوند. از انتهای  $F_T$  به موازات ضلع  $AB$  و  $AC$  رسم کنید. طبق جهت  $F_{21}$  و  $F_{31}$  نتیجه می‌گیریم:  $q_1$  با  $q_2$  و  $q_3$  هم‌نام است و  $q_1$  با  $q_2$  و  $q_3$  ناهم‌نام است. بنابراین  $q_2$  و  $q_3$  نیز ناهم‌نام هستند. طبق شکل،  $|F_{31}| > |F_{21}|$  است:

$$|F_{31}| > |F_{21}| \Rightarrow k \frac{|q_3||q_1|}{r^2} > k \frac{|q_2||q_1|}{r^2} \Rightarrow |q_3| > |q_2|$$

**توجه:** اندازه  $q_1$  با  $q_2$  و  $q_3$  قابل مقایسه نیست.

مثال



مطابق شکل سه ذره باردار  $q_1 = +2\mu\text{C}$ ،  $q_2 = -q_3 = 10\mu\text{C}$  در محل‌های نشان داده شده، ثابت شده‌اند. برابندی نیروهای الکتریکی وارد بر بار  $q_3$  چند نیوتون است؟ (برگرفته از کتاب درسی)

**پاسخ:** ابتدا نیروهای وارد بر  $q_3$  را رسم کرده و اندازه آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{13} = F_{23} = k \frac{|q_1||q_3|}{r^2} \quad r = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2} \text{ cm} \rightarrow F_{13} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^{-6}}{18 \times 10^{-4}}$$

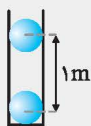
$$\Rightarrow F_{13} = \frac{18}{18} \times 10^2 = 100 \text{ N}$$

$$F_T = \sqrt{F_{13}^2 + F_{23}^2} = \sqrt{2} F_{13} = 100\sqrt{2} \text{ N} \quad \text{داریم:}$$

## ترکیب نیروی الکتریکی با نیروهای دیگر

نیروی کولنی می‌تواند با سایر نیروها ترکیب شود. در این‌گونه سؤال‌ها کافی است با توجه به متن سؤال رابطه بین نیروها را مشخص کنید. نیروهای کولنی مشابه سؤال‌های زیر می‌تواند با نیروی وزن، کشش نخ، نیروی فنر و ... ترکیب شود. در هر حالت کافی است، نیروهای وارد بر جسم را رسم کنید تا به راحتی رابطه بین نیروها با نیروی کولنی را مشخص کنید.

مثال



مطابق شکل دو گلوله رسانا و کوچک که بار یکسان دارند، در فاصله  $1 \text{ m}$  از هم ثابت شده‌اند و در حالت تعادل داخل لوله شیشه‌ای و بدون اصطکاک قرار دارند.

(آ) بار گلوله‌ها را از نظر هم‌نام و ناهم‌نام بودن مشخص کنید.

(ب) اگر جرم هر گلوله  $360 \text{ g}$  باشد، اندازه بار هر گلوله چقدر است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$  و  $k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$ )



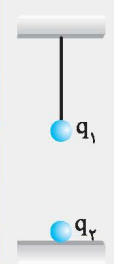
**پاسخ:** (آ) اگر گلوله در حال تعادل بالایی را در نظر بگیرید، نیروی وزن رو به پایین است، بنابراین نیروی کولنی رو به بالا می‌شود؛ یعنی نیروی بین گلوله‌ها دافعه است. بنابراین این گلوله‌ها هم‌نام هستند یعنی هر دو مثبت یا هر دو منفی هستند.

(ب) با توجه به حالت تعادل گلوله بالایی، نتیجه می‌گیریم که اندازه  $F$  و  $mg$  باید برابر باشند:

$$F = mg \Rightarrow k \frac{|q||q|}{r^2} = mg \Rightarrow 9 \times 10^9 \times \frac{q^2}{1^2} = 360 \times 10^{-3} \times 10 \Rightarrow q^2 = \frac{36 \times 10^{-1}}{9 \times 10^9} = 4 \times 10^{-10} \Rightarrow |q| = 2 \times 10^{-5} \text{ C} = 20 \mu\text{C}$$

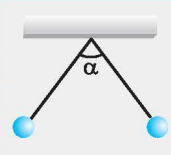
۳ درسنامه

مثال



مطابق شکل گلوله بسیار سبکی (جرم ناچیز) با بار  $q_1$  توسط نخ نازک و نارسانا از سقف آویزان شده است و بار  $q_2$  روی زمین و زیر بار  $q_1$  قرار داده شده است. در هر حالت کشش نخ چگونه تغییر می‌کند؟  
 (آ) بار  $q_2$  ناهم‌نام با بار  $q_1$  باشد.  
 (ب) بار  $q_2$  هم‌نام با بار  $q_1$  باشد.  
**پاسخ:** (آ) اگر بار  $q_2$  با بار  $q_1$  ناهم‌نام باشد، ربابشی به سمت پایین به بار  $q_1$  وارد می‌شود و باعث می‌شود، کشش نخ افزایش می‌یابد.  
 (ب) اگر بار  $q_2$  با بار  $q_1$  هم‌نام باشد، دافعه‌ای رو به بالا به بار  $q_1$  وارد می‌شود و باعث می‌شود، کشش نخ کاهش یابد.

مثال

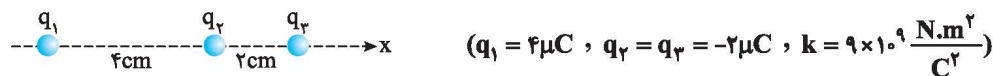


مطابق شکل دو گلوله باردار و رسانا با نخ نارسانا از سقف آویزان شده‌اند و در حالت تعادل با هم زاویه  $\alpha$  می‌سازند. اگر بار گلوله‌ها را افزایش دهیم، زاویه  $\alpha$  چگونه تغییر می‌کند؟

**پاسخ:** اگر بار گلوله‌ها افزایش یابند، نیروی دافعه بین گلوله‌ها افزایش می‌یابد. با افزایش نیروی دافعه، زاویه بین نخ‌ها افزایش می‌یابد.

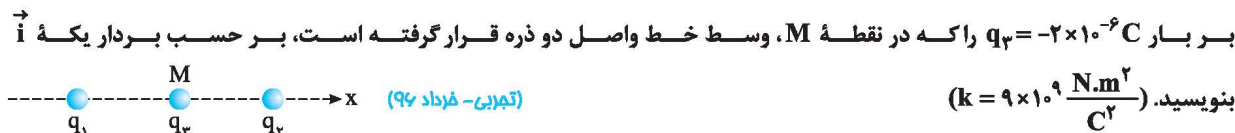
(تمرین - دی ۹۲ و ۸۷)

۱۴. در شکل روبه‌رو بزرگی نیروی الکتریکی وارد بر ذره باردار  $q_3$  چند نیوتون است؟



$$(q_1 = 4\mu\text{C}, q_2 = q_3 = -2\mu\text{C}, k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$$

۱۵. مطابق شکل، دو ذره با بارهای  $q_1 = 3 \times 10^{-6} \text{C}$  و  $q_2 = -2 \times 10^{-6} \text{C}$  در فاصله  $0.4\text{m}$  از یکدیگر ثابت شده‌اند. نیروی الکتریکی برآیند وارد بر بار  $q_3 = -2 \times 10^{-6} \text{C}$  را که در نقطه  $M$ ، وسط خط واصل دو ذره قرار گرفته است، بر حسب بردار یکه  $\vec{i}$  بنویسید.



$$(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$$

۱۶. دو کره با بارهای  $q_1 = q$  و  $q_2 = 2q$  در فاصله  $r$  از یکدیگر قرار دارند.

(آ) نیروی الکتریکی را که این دو کره به یکدیگر وارد می‌کنند، با هم مقایسه کنید.

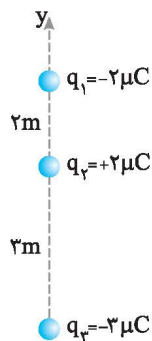
(ب) اگر جرم کره‌ها  $m_1 = m$  و  $m_2 = 2m$  باشند، شتاب ناشی از نیروی الکتریکی دو کره را با هم مقایسه کنید.

۱۷. مطابق شکل، سه ذره باردار  $q_1, q_2, q_3$  در نقطه‌های  $A, B, C$  ثابت شده‌اند. نیروی الکتریکی وارد بر بار  $q_2$  را بر حسب بردار یکه دستگاه مختصات نشان داده‌شده در شکل بنویسید.



$$(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}, q_1 = q_2 = 2\mu\text{C}, q_3 = -4\mu\text{C}, AC = CB = 30\text{cm})$$

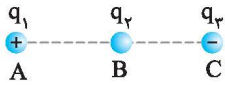
۱۸. سه ذره باردار روی محور  $y$  مطابق شکل روبه‌رو قرار دارند. برآیند نیروهای وارد بر بار  $q_2$  را



(ریاضی - دی ۹۴)

$$\text{در SI بر حسب بردارهای یکه محاسبه کنید. } (k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$$

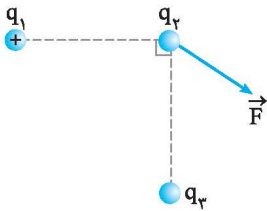
۱۹. دو بار  $q_1 = 16\mu\text{C}$  و  $q_2 = 9\mu\text{C}$  در فاصله  $28\text{cm}$  از یکدیگر ثابت شده‌اند. بار  $q_3$  را در چه نقطه‌ای قرار دهیم تا اندازه نیروی وارد بر  $q_3$  از طرف دو بار  $q_1$  و  $q_2$  هم‌اندازه باشند؟



(ریاضی- شهریور ۹۰)

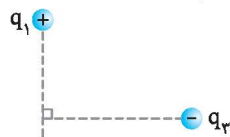
آ) نوع بار  $q_3$  مثبت است یا منفی؟

ب) مقادیر  $|q_1|$  و  $|q_2|$  را مقایسه کنید.



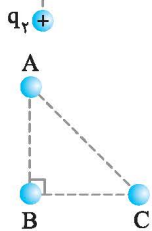
(ریاضی- دی ۹۱)

۲۰. دو بار نقطه‌ای  $q_1$  و  $q_2$  مطابق شکل در نقطه‌های A و B ثابت شده‌اند و در نقطه C، در راستای AB، در حال تعادل است.



(ریاضی- فرورد ۹۰)

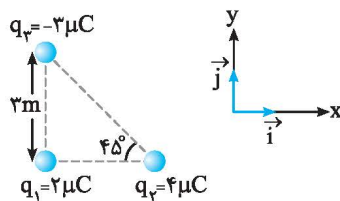
۲۱. در شکل روبه‌رو  $\vec{F}$  برآیند نیروهای وارد بر  $q_2$  است. نوع بار  $q_2$  و  $q_3$  را مشخص کنید.



(تجربی- دی ۹۱)

۲۲. سه ذره باردار مطابق شکل روبه‌رو در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه‌ای ثابت شده‌اند. بزرگی نیروی الکتریکی وارد بر  $q_B$  را محاسبه کنید.

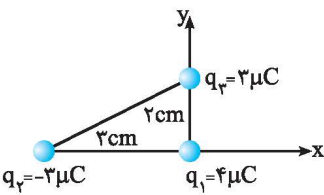
$$(AB = BC = 2\text{cm}, q_A = q_B = q_C = 2\mu\text{C}, k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2})$$



(ریاضی- فرورد ۹۶)

۲۳. سه ذره باردار مطابق شکل روبه‌رو در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه‌ای ثابت شده‌اند، نیروی الکتریکی وارد بر ذره واقع در رأس قائمه، بر حسب بردارهای  $\hat{i}$  و  $\hat{j}$  چند نیوتون

$$\text{است؟ } (k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2})$$

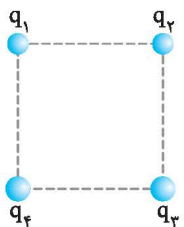


۲۴. مطابق شکل، سه بار الکتریکی نقطه‌ای در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه‌ای قرار دارند.

برآیند نیروهای وارد بر بار  $q_1$  را بر حسب بردارهای یک  $\hat{i}$  و  $\hat{j}$  دستگاه مختصات

(تجربی- فرورد ۹۵)

$$\text{نشان داده‌شده در شکل بنویسید. } (k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2})$$



۲۵. مطابق شکل، سه بار الکتریکی نقطه‌ای در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه‌ای قرار دارند. برآیند نیروهای وارد بر بار  $q_1$  را بر حسب بردارهای یک  $\hat{i}$  و  $\hat{j}$  دستگاه مختصات نشان داده‌شده در شکل بنویسید.

۲۶. سه ذره باردار  $q_1$ ،  $q_2$  و  $q_3$  مطابق شکل در سه رأس مربعی ثابت شده‌اند. اگر  $q_1 = q_2 = q_3 = 5\mu\text{C}$  باشد، نوع و اندازه بار  $q_4$  را طوری تعیین کنید که بار  $q_4$  در حال تعادل باشد.



۲۷. مانند شکل، دو گلوله با بارهای هم‌نام و مساوی، هر کدام به جرم  $10\text{g}$  را در یک لوله شیشه‌ای قائم با بدنه نارسانا و بدون اصطکاک رها می‌کنیم. در حالت تعادل، گلوله‌ها در فاصله  $40\text{cm}$  سانتی‌متری از هم قرار دارند. بار الکتریکی هر گلوله را محاسبه کنید.

(ریاضی- فرورد ۸۷)

$$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2})$$



پاسخ‌های تشریحی

۱۸

$$F_{12} = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{2^2} = 9 \times 10^{-3} \text{ N}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{12} = 9 \times 10^{-3} \vec{j}$$

$$F_{23} = k \frac{|q_2||q_3|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^{-6}}{3^2} = 6 \times 10^{-3} \text{ N}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{23} = -6 \times 10^{-3} \vec{j}$$

$$\vec{F} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{23} = (9 - 6) \times 10^{-3} \vec{j} = 3 \times 10^{-3} \vec{j}$$

۱۹ اگر بخواهیم اندازه دو نیرو با یکدیگر برابر شود، می‌توان بار  $q_3$  را یک بار بین دو بار و بار دیگر خارج دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر قرار داد:

$$F_{12} = F_{23} \Rightarrow k \frac{|q_1||q_2|}{(28-x)^2} = k \frac{|q_2||q_3|}{x^2}$$

$$\Rightarrow \frac{16}{(28-x)^2} = \frac{9}{x^2} \Rightarrow \frac{4}{28-x} = \frac{3}{x}$$

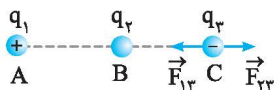
$$\Rightarrow 4x = 84 - 3x \Rightarrow x = \frac{84}{7} = 12 \text{ cm}$$

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{q_1 q_3}{(28+x)^2} = k \frac{q_2 q_3}{x^2}$$

$$\Rightarrow \frac{16}{(28+x)^2} = \frac{9}{x^2} \Rightarrow \frac{4}{28+x} = \frac{3}{x}$$

$$\Rightarrow 4x + 3x = 4x \Rightarrow x = 8 \text{ cm}$$

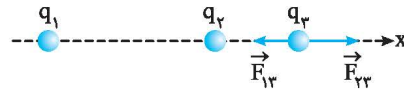
۲۰ (الف) منفی، زیرا نیرویی که بار  $q_1$  به بار  $q_3$  وارد می‌کند، رپایشی است. بنابراین برای تعادل بار  $q_3$  باید نیروی رانشی از طرف  $q_2$  به  $q_3$  وارد شود. بنابراین  $q_2$  و  $q_3$  هم‌نام هستند، یعنی  $q_2$  منفی می‌باشد.



(ب)  $F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{|q_1||q_3|}{AC^2} = k \frac{|q_2||q_3|}{BC^2}$

$$\Rightarrow \frac{|q_1|}{AC^2} = \frac{|q_2|}{BC^2} \xrightarrow{AC > BC} |q_1| > |q_2|$$

۱۴ با توجه به علامت بارها، نیروهای وارد بر  $q_3$  را رسم می‌کنیم:



$$F_{13} = k \frac{|q_1||q_3|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{6^2 \times 10^{-4}} = 20 \text{ N}$$

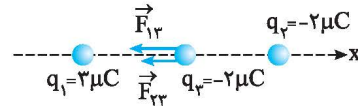
$$\Rightarrow \vec{F}_{13} = -20 \vec{i}$$

$$F_{23} = k \frac{|q_2||q_3|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{2^2 \times 10^{-4}} = 90 \text{ N}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{23} = +90 \vec{i}$$

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{23} + \vec{F}_{13} = 90 \vec{i} - 20 \vec{i} = 70 \vec{i}$$

$\vec{F}_T$  در جهت مثبت محور  $x$  ها است و اندازه آن  $70$  نیوتون می‌باشد.



۱۵

$$F_{12} = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 3 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{(0.2)^2} = 1.35 \text{ N}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{12} = -1.35 \vec{i}$$

$$\vec{F}_{23} = k \frac{|q_2||q_3|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{(0.2)^2} = 0.9 \text{ N}$$

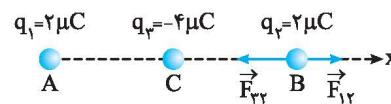
$$\Rightarrow \vec{F}_{23} = -0.9 \vec{i}$$

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{23} = -2.25 \vec{i}$$

۱۶ (الف) طبق قانون سوم نیوتون،  $F_{12} = F_{21}$  می‌باشد.

(ب) با استفاده از قانون دوم نیوتون، شتابها را مقایسه می‌کنیم:

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow a_1 = \frac{F}{m}, a_2 = \frac{F}{2m} \Rightarrow a_1 = 2a_2$$



۱۷

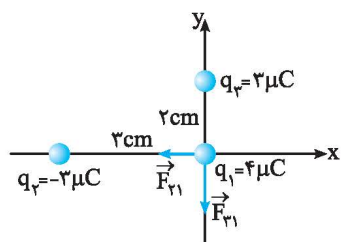
$$F_{12} = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{(6 \times 10^{-2})^2} = 0.1 \text{ N}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{12} = 0.1 \vec{i}$$

$$F_{23} = k \frac{|q_2||q_3|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(3 \times 10^{-2})^2} = 0.8 \text{ N}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{23} = -0.8 \vec{i}$$

$$\vec{F} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{23} \Rightarrow \vec{F} = -0.7 \vec{i}$$



۲۵

$$F_{12} = k \frac{|q_2||q_1|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(2 \times 10^{-2})^2} = 120 \text{ N}$$

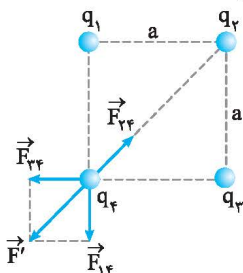
$$\Rightarrow \vec{F}_{12} = -120 \hat{i}$$

$$F_{13} = k \frac{|q_3||q_1|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(2 \times 10^{-2})^2} = 270 \text{ N}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{13} = -270 \hat{j}$$

$$\vec{F} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} \Rightarrow \vec{F} = -120 \hat{i} - 270 \hat{j}$$

۲۶ اگر  $q_1$  و  $q_3$  بار  $q_4$  را دفع یا جذب کنند، آن‌گاه  $q_2$  باید  $q_4$  را به ترتیب جذب یا دفع کند. بنابراین علامت  $q_4$  مخالف علامت  $q_1$  و  $q_3$  است. یعنی در این سؤال  $q_4$  منفی است. علامت  $q_4$  تأثیری ندارد. بنابراین برای رسم، فرض کنید  $q_4$  مثبت است:



برای این‌که بار  $q_4$  در حالت تعادل باشد، باید برابری  $F_{14}$  و  $F_{24}$  باشد. هم‌اندازه و خلاف جهت  $F_{34}$  باشد:

$$\sqrt{F_{14}^2 + F_{24}^2} = F_{34} \Rightarrow \sqrt{2} F_{14} = F_{34}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} k \frac{|q_1||q_4|}{a^2} = k \frac{|q_2||q_4|}{(a\sqrt{2})^2} \quad (\text{قطر مربع } \sqrt{2} \text{ برابر ضلع آن است.})$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} |q_1| = \frac{|q_2|}{\sqrt{2}} \Rightarrow |q_2| = 2\sqrt{2} |q_1| \Rightarrow |q_2| = 2\sqrt{2} \times 5 = 10\sqrt{2} \mu\text{C}$$

۲۷ برای این‌که گلوله بالایی در تعادل باشد، باید نیروی وزن گلوله توسط نیروی الکتریکی خنثی شود.



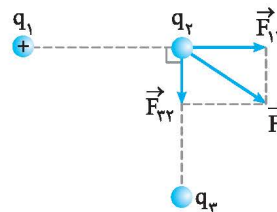
$$F = mg \Rightarrow k \frac{|q||q|}{r^2} = mg$$

$$\Rightarrow 9 \times 10^9 \times \frac{q^2}{(30 \times 10^{-4})^2} = 10 \times 10^{-3} \times 10$$

$$\Rightarrow \frac{9}{16} \times 10^{+11} \times q^2 = 10^{-1}$$

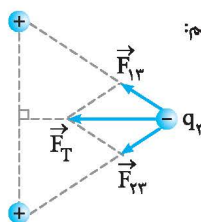
$$\Rightarrow q^2 = \frac{16}{9} \times 10^{-12} \Rightarrow q = \frac{4}{3} \times 10^{-6} \text{ C} = \frac{4}{3} \mu\text{C}$$

۲۱ نیروی  $F$  را مطابق شکل تجزیه می‌کنیم:



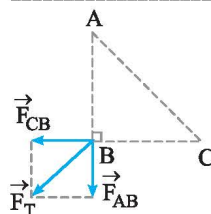
طبق شکل، بار  $q_1$  بار  $q_2$  را دفع کرده است. بنابراین هم‌نام هستند،  $q_2 > 0$  و بار  $q_3$  بار  $q_2$  را جذب کرده است. بنابراین نام‌هم‌نام هستند و  $q_3 < 0$ .

۲۲ با توجه به علامت بارها نیروها را رسم می‌کنیم:



۲۳ دو نیروی دافعه بر  $q_B$  وارد می‌شود که

با توجه به یکسان بودن بارها و فاصله‌ها، با هم برابر هستند.



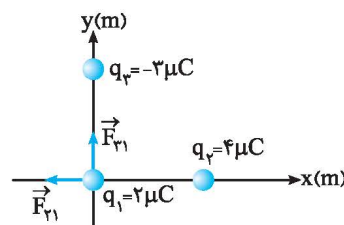
$$F_{AB} = F_{CB} = k \frac{|q_A||q_B|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{(2 \times 10^{-2})^2} = 90 \text{ N}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{AB} = -90 \hat{j}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{CB} = -90 \hat{i}$$

$$F_T = \sqrt{F_{AB}^2 + F_{CB}^2} = \sqrt{2} F_{AB} = 90\sqrt{2} \text{ N}$$

۲۴



$$F_{12} = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{2^2} = 8 \times 10^{-3} \text{ N}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{12} = -8 \times 10^{-3} \hat{i}$$

$$F_{13} = k \frac{|q_1||q_3|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{2^2} = 6 \times 10^{-3} \text{ N}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{13} = +6 \times 10^{-3} \hat{j}$$

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} \Rightarrow \vec{F}_T = -8 \times 10^{-3} \hat{i} + 6 \times 10^{-3} \hat{j}$$