



انتشارات
بین المللی
گاج

آس

مجموعه کتاب‌های آموزش ساده

سرشناسه: کاظمی حبشی، طاهره
عنوان و نام پدیدآور: ریاضی و آمار یازدهم انسانی / طاهره کاظمی حبشی
محمد نشان، شاهد مشهودی
مشخصات نشر: تهران: انتشارات بین المللی گاج؛ ۱۳۹۷
مشخصات ظاهری: ۱۹۲ ص. مصور.
فروست: این کتاب از مجموعه کتاب‌های آس گاج می‌باشد.
بها: ۲۵۰۰۰ تومان
شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۳۵۹-۸۲۹-۴
وضعیت فهرست‌نویسی: فیبای مختصر.
شماره کتابشناسی ملی: ۵۱۳۲۴۵۰

توجه: به موجب ماده‌ی
۵ قانون حمایت از حقوق
مؤلفان، مصنفان و هنرمندان مصوب
۱۳۴۸/۱۰/۱۱ کلیه‌ی حقوق این کتاب برای
انتشارات بین المللی گاج محفوظ می‌باشد و هیچ
شخص حقیقی یا حقوقی مق استفاده از آن
را ندارد و متفلفین به موجب این
قانون تمت پیگرد قانونی
قرار می‌گیرند.

[ناشر: انتشارات بین المللی گاج]
[مدیر مسئول: مهندس ابوالفضل جوکار]
[معاونت علمی: مهندس محمد جوکار]
[مدیر تألیف: علیرضا مزرعتی]
[واحد پژوهش و برنامه‌ریزی کتاب‌های: آس]
[عنوان کتاب: ریاضی و آمار یازدهم انسانی]
[مؤلفان: طاهره کاظمی حبشی - محمد نشان - شاهد مشهودی]
[نظارت بر تألیف: نیلوفر حاجیلو] + [ویرایش علمی: مینا پروین - زهره شعراف مقدم - مهسا چراغعلی]
[مدیر واحد فنی و گرافیک: صغری قربانی] + [نظارت بر تایپ و صفحه‌آرایی: محمد یوسفی]
[صفحه‌آرایی: ساناز عاشقی - مریم ناییبی - فرزانه رجیبی] + [اجرا: مهسا هوشیار - لیلا فرجی امین - الناز دارانی]
[طراح شکل: وحیده معینی - ملیکا فدایی] + [کارتون‌نویس: مجید باقرزادگان] + [طراح جلد: منصور سماواتی]
[مدیر چاپ: علی مزرعتی] + [لیتوگرافی، چاپ‌خانه و صحافی: گاج]
[نوبت چاپ: اول (۱۳۹۷)] + [شمارگان: ۳۰۰۰ نسخه]
[دفتر مرکزی: تهران، خیابان انقلاب، بین چهار راه ولیعصر (عج)
و خیابان فلسطین، شماره ۹۱۹] + [تلفن: ۰۲۱ - ۶۴۲۰]
[سرویس پیام کوتاه (SMS): ۱۰۰۰۴۲۵]
[صندوق پستی: ۳۷۷ - ۱۳۱۴۵]
[پایگاه اینترنتی: www.gaj.ir]
[قیمت: ۲۵۰۰۰ تومان]

مقدمه مؤلفان

◆◆◆ سخن اول

جدید خیلی راضی هستند و بعضی هم نه! اما آن چیزی که از همه اینا مهمتره اینه که «اصلاً چرا باید درس بخوانیم؟! و این همه دانش‌ها و آموخته‌هامون، کی و کجا قراره به دردمون بخورن؟» خصوصاً سؤال همیشگی تون: «ریاضیات به این سختی بالاخره به چه دردی میخوره؟!». البته به نظر ما هر دانش‌آموزی که برای این سؤال‌ها جوابی داشته باشه، دیگه درس خواندن براش سخت نیست!

سلام بچه‌ها، از سال ۱۳۹۰ که تغییرات کتاب‌های درسی ابتدایی و بعد متوسطه شروع شد درباره این که کتب دبیرستان و آزمون کنکور بالاخره چه شکلی میشه، حرف‌های زیادی می‌شنیدیم. به‌خصوص شماها که از اولین نسل‌هایی بودین که هر سال با کتاب‌های درسی جدید برخورد می‌کردین! بعضی معلم‌ها از کتاب‌های

◆◆◆ ویژگی‌های بارز کتاب

در تألیف کتب درسی جدید، به کاربردهای علم در زندگی توجه ویژه‌ای شده، طوری که بر روش بیان و مراحل آموزش مفهومی هم تأثیر گذاشته است. اما متأسفانه اکثر کتاب‌های کمک درسی همچنان دارند با همان روش‌های قدیمی و برخلاف اهداف آموزش مفهومی در کتب درسی جدید التالیف پیش می‌روند، یعنی با سؤالات و مثال‌های تکراری بیش از حد و نکته‌های حفظی و کلیشه‌ای، به مباران ذهن خواننده می‌پردازند. در حالی که تحولات کتب درسی جدید همسو با پیشرفت‌های آموزشی جهان بوده و نباید در مقابله ایستادگی کرد! بنابراین ما هم با توجه به خلأ موجود در کتب کمک درسی فعلی کشور و همچنین الگو برداری از روش‌های کارآمد کتب خودآموز برتر جهان، بر آن شدیم تا نسل جدیدی از کتاب‌های کمک درسی را منطبق بر آخرین تغییرات محتوای کتب درسی جدید التالیف و رعایت روابط طولی و عرضی در اختیار شما عزیزان قرار دهیم. این سری کتابها، همان طور که می‌دانید، در



واحد تألیف انتشارات بین المللی گاج، نام «آس» به خود گرفت که مخفف «آموزش ساده» است و تمام قابلیت‌های نسل‌های قبلی کتب کمک درسی چه برای مطالعه در منزل و چه برای تمرین در مدرسه، یکجا در آن‌ها گنجانده شده است. در سری کتاب‌های آس، سعی بر این بوده تا ضمن مطالعه مطالب درسی، شما بتوانید با کشف کاربردهای‌شان در زندگی روزمره، لذت یادگیری واقعی و تفکر خلاق را بچشید. کتاب آموزش ساده «ریاضی و آمار یازدهم انسانی» که اکنون پیش روی شماست، هم از این قاعده مستثنی نیست و مانند کتاب درسی ریاضی و آمار (۲) (رشته انسانی) دارای سه فصل و در هر فصل دارای تعدادی درس است. در ادامه به توضیح ساختار کتاب برای راهنمایی نحوه استفاده از آن می‌پردازیم.

◆ شیوه بهره‌مندی و استفاده مفید از این کتاب

با توجه به تنوع طلبی ذهنی و بصری دانش‌آموزان امروز که ناشی از رشد هوش و افزایش گستره اطلاعات‌شان در عصر ارتباطات می‌باشد، در این کتاب از بخش‌های مختلف خلاق و جذابی برای تفکیک مطالب به کمک گرافیک استفاده شده است. بنابراین یکی دیگر از ویژگی‌های مخصوص کتب آس، بهره‌گیری از این بخش‌های موضوعی - گرافیکی متنوع است، از جمله: «ماجرا چیه؟»، فکر کن تا کشف کنی، درسنامه، یادت می‌آید؟، بیشتر بدانیم، با هم حل کنیم، کافه سؤال، گزینه چند؟، آزمون‌های دوره‌ای تشریحی و تستی پایان هر فصل، آزمون‌های نیم‌سال و پایان‌سال، طنز، معما» و بسیاری موارد دیگر که ماهیت کلی و کاربرد هر کدام، هم از روی عنوان آن‌ها مشخص است و هم با چند دقیقه ورق زدن کتاب می‌توانید خودتان آن‌ها را با چشم ببینید. پس درباره برخی از اصلی‌ترین موارد آنها به ارائه توضیحات کوتاهی می‌پردازیم.

ماجرا چیه؟

در بخش «ماجرا چیه؟»، در ابتدای هر فصل با ارائه دیدگاه‌های کلی درباره موضوعات مورد بحث، تلاش شده تا فضای ذهنی دانش‌آموز برای درک مطالب آماده شود.

فکر کن تا کشف کنی

در بخشی با عنوان «فکر کن تا کشف کنی»، با طرح یک نمونه جالب از مسائل چالشی همدفدار و به ظاهر ساده، در سطح دانسته‌های قبلی دانش‌آموز، سعی کرده‌ایم با ترغیب او برای تعقیب موضوع، زمینه را برای یادگیری اکتشافی مطالب درسی، پیشاپیش فراهم نماییم. واضح است حتی دانش‌آموزانی که در ابتدای درس نتوانند به جواب صحیح دست یابند، پس از مطالعه و تسلط بر مفاهیم می‌توانند به عقب برگشته و به‌سادگی از عهده حل چالش پیشین برآیند.

درسنامه

در نگارش «درسنامه»‌ها علاوه بر انطباق با محتوا و اهداف کتاب درسی، سعی شده تا سادگی بیان در عین حفظ جامعیت مطالب، همواره مد نظر قرار گیرد. دانش‌آموزان با مطالعه مثال‌های متنوع و کاربردی در خلال درسنامه‌های مفهومی و خلاق، معمولاً به‌سادگی می‌توانند بر ابعاد مختلف درس مسلط شوند. گاهی درسنامه‌ها متناسب با روند تاریخی کشف مطالب پیش‌رفته‌اند تا ضمن آشنایی دانش‌آموزان با انگیزه‌ها و ضرورت کشف هر مطلب، ماندگاری مطالب در ذهن‌شان بیشتر شود. گاهی نیز برای جذابیت و تاثیرگذاری بیشتر، از داستان‌هایی ساختگی و طنزآمیز درباره کاشفان مطالب یا در قالب گفتگوی معلم و شاگرد و امثالهم استفاده شده، که هرچا چنین بوده غیر تاریخی بودن ماجرای آن به نوعی بارز شده است.

البته در درسنامه‌ها بخش‌های جزئی‌تری هم داریم. مانند مثال‌ها، تمرین حین تدریس و ضمناً هرچا که نیاز بوده و حس شده ممکن است دانش‌آموز خسته شود یا به دلایل دیگر، سعی کرده‌ایم تغییری مقطعی در لحن بیان‌مان وارد کنیم، یا یک شوخی کوتاه با خواننده بکنیم و سعی‌مان هم این بوده که این مورد نیز در امتداد درس باشد. از بخش‌های جزیی دیگر درسنامه، می‌توان به «بپا اشتباه نکنی» اشاره کرد که با تأکید بر روی برخی اشتباهات و خطاهای رایج، به هشدار برای پیشگیری از بدفهمی مطالب پیچیده در ذهن دانش‌آموزان می‌پردازد.

بیشتر بدانیم

بخش‌هایی با عنوان «بیشتر بدانیم» و امثالهم برای بیان مطالب کاربردی فوق برنامه ولی مرتبط با درس آورده شده‌اند. سعی ما بر این بوده که متن برخی از «بیشتر بدانیم»‌ها به‌گونه‌ای تنظیم شود که دانش‌آموزان بتوانند از آنها به عنوان یک پروژه تحقیقی نیز استفاده کنند.

کافه سوال، گزینه چند؟ و آزمون‌های دوره‌ای

در بخش‌های، «کافه سؤال»، «گزینه چند؟»، «آزمون‌های دوره‌ای» و ... همان‌طور که از عنوان

آنها معلوم است، سعی‌مان بر این بوده که همه انواع سؤالات در ارتباط با موضوع درس را در سطح استاندارد کتاب درسی و امتحانات تشریحی مدارس و آزمون‌های تستی کنکور، بدون آوردن سؤالات تکراری و خسته‌کننده، پیش روی شما قرار دهیم تا با حل کردن تعداد محدودی مسئله از ساده به دشوار، بتوانید تقریباً بر تمام انواع سؤالات مرتبط با درس مسلط شوید. از این رو تقریباً هیچ دو سوالی به‌طور کامل مشابه هم نیستند، و هر سؤال هم جنبه‌های علمی جدیدی را می‌سنجد.

تلاش کرده‌ایم راه‌حل‌هایی که برای سؤالات آورده‌ایم، منطقی و طبیعی و خلاق باشند، و ضمناً نحوه تفکر بر روی مسائل برای کشف ایده حل را آموزش دهند تا کم‌کم به مهارت کافی در فنون حل کردن مسئله‌ها برسید. فراموش نکنید که تسلط بر ریاضیات بدون قلم و کاغذ ممکن نیست! پس هر بار که قصد خواندن این کتاب را می‌کنید، همیشه یک مداد یا خودکار و چند کاغذ سفید در کنارتان داشته باشید تا شما نیز مانند ما از حل مسائل لذت کافی ببرید. برای چنین اوقاتی شاید نوشیدن چای یا قهوه نیز در کنار حل مسئله‌های کافه سؤال راهگشا باشد!

ما سعی کردیم در پاسخنامه‌ها بیشتر به پاسخ‌های خلاقانه توجه کنیم تا به رشد خلاقیت و ایده‌پردازی شما هم کمک کرده باشیم اما این به آن معنا نیست که فقط راه‌حل‌های کتاب ما درست‌اند، بلکه قطعاً روش‌های متفاوتی برای رسیدن به پاسخ هر مسئله وجود دارد و ما مطمئنیم شما می‌توانید ما را در جریان راه‌های پیشنهادی‌تان یا اشتباهات احتمالی‌مان قرار دهید تا در چاپ‌های بعدی کتاب لحاظ شوند.

هرگونه پیشنهاد و انتقاد و همچنین مشاوره درسی و سؤالات علمی خود را با مؤلفان این کتاب در میان بگذارید، برای این منظور می‌توانید همه روزه از ساعت ۱۶ تا ۱۸ با تلفن ثابت ۰۲۱-۶۴۳۴۴۳۶۰ تماس گرفته و یا با ارسال ایمیل به آدرس Acebook@gaj.ir با مؤلفین این کتاب ارتباط برقرار کنید.

ارتباط ما

CONTENTS

فهرست مطالب

آهن | ریاضی و آمار یازدهم انسانی

فصل اول

آشنایی با منطق و

استدلال ریاضی

۵۹



فصل دوم

تابع

۶۷



فصل سوم

آمار

۱۳۵





فصل اول Understanding Logic and

آشنایی با منطق و استدلال ریاضی

درس دوم: استدلال ریاضی

۴۴ تبدیل عبارات فارسی به نماد ریاضی

۴۵ قیاس استثنایی

۵۲ بخش سؤالات

درس اول: گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها

۲۰ گزاره

۲۱ گزاره‌های مرکب

۲۵ ترکیب شرطی

۲۶ گزاره دو شرطی

۳۶ بخش سؤالات

۵۷ جمع بندی

۵۸ بخش آزمون‌ها

پدرم همیشه به من می‌گفت: پسرم، منطقی باش؛ عزیز من، منطقی باش! گل من، منطقی باش؛ ... منطقی باش.



استانیسلاو لویگ

اصل ماجرا

واقعیت این است که مهم‌ترین بحثی که در منطق مطرح می‌شود در واقع همان مثل «هر گردویی گرد است اما هر گردی گردو نیست» می‌باشد.



«منطق گردی که گردو نیست.» اثر: لور تروویالی

در مورد سؤال زیر با دقت بیاندیشید:

◆ کدامیک از موارد زیر را می‌توان از عبارت «اگر چیزی گردو باشد آن گاه آن چیز گرد است» نتیجه گرفت؟

۱) اگر چیزی گرد باشد، آن گاه آن چیز گردو است.

۲) اگر چیزی گردو نباشد، آن گاه آن چیز گرد نیست.

۳) اگر چیزی گرد نباشد، آن گاه آن چیز گردو نیست.

با قدری دقت می‌بینیم که مورد ۱ از عبارت ما نتیجه نمی‌شود چون هستند چیزهایی که گرد هستند ولی گردو نیستند، مثل توپ والیبال، مورد ۲ هم به دلیلی مشابه نادرست است، به عنوان مثال توپ تنیس، گردو نیست اما گرد است، اما مورد ۳ حرف منطقی به نظر می‌رسد.

با قدری دقت می‌بینیم که سؤال فوق در واقع ربطی به گردی و گردو نداشت و برای پاسخ به آن لازم نبود مفهوم دقیق گردی و گردو را بدانیم بلکه سؤال در واقع بیشتر جنبه منطقی دارد. حُب، سعی می‌کنیم سؤال را به شکل دیگری مطرح کنیم تا ببینیم ریشه اصلی سؤال چه بوده است. از نمادگذاری استفاده می‌کنیم و برای برخی عبارات نامی انتخاب می‌کنیم:

◆ «Z گردو است» را P و «Z گرد است» را q می‌نامیم.

◆ اگر A یک مطلب و B مطلبی دیگر باشد، «اگر A آن گاه B» را $A \Rightarrow B$ «نمایش می‌دهیم و به طور مشابه «اگر B آن گاه A» را با $B \Rightarrow A$ نمایش می‌دهیم.

◆ اگر A یک مطلب باشد، آن گاه «چنین نیست که A» یا همان «خلاف A» را نقیض A می‌نامیم و با $\sim A$ «نمایش می‌دهیم»

ترکیب دو شرطی ($p \Leftrightarrow q$)

گزاره $p \Leftrightarrow q$ وقتی درست است که ارزش دو عبارت p و q یکسان باشد. چون در واقع $p \Leftrightarrow q$ معادل $(q \Rightarrow p) \wedge (p \Rightarrow q)$ است و ما اکنون ارزش گزاره شرطی و ترکیب فصلی را می‌دانیم. پس به این ترتیب جدول ارزش ترکیب دو شرطی گزاره‌های p و q به صورت زیر است:

p	q	$p \Leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

سعی کنید با چند مثال مطلب را برای خود توضیح دهید!!!

گام‌های فوق به ما کمک می‌کند تا ارزش هر گزاره‌ای که با کمک نمادهای p, q, r و ... به وسیله «ترکیب‌کننده»‌هایی مثل $\sim, \vee, \wedge, \Rightarrow$ و \Leftrightarrow ساخته می‌شوند را با توجه به ارزش p, q و r و ... مشخص کنیم.

تعیین ارزش گزاره‌های ترکیبی

حال زمینه آماده است تا ارزش یک گزاره ترکیبی را با توجه به ارزش اجزای آن به دست آوریم.

سؤال

فرض کنید ارزش p, q و r به ترتیب T, T و F باشد. ارزش $(p \wedge q) \vee (r \Rightarrow q)$ چیست؟

پاسخ این مطلب را که ارزش p برابر T است با $p \equiv T$ نمایش دهیم، پس فرضیات مسأله می‌شود $r \equiv F$ و $q \equiv T, p \equiv T$.

$$\left. \begin{array}{l} p \equiv T \\ q \equiv T \end{array} \right\} \Rightarrow (p \wedge q) \equiv T$$

$$\left. \begin{array}{l} r \equiv F \\ q \equiv T \end{array} \right\} \Rightarrow (r \Rightarrow q) \equiv T$$

$$\left. \begin{array}{l} (p \wedge q) \equiv T \\ (r \Rightarrow q) \equiv T \end{array} \right\} \Rightarrow (p \wedge q) \vee (r \Rightarrow q) \equiv T$$

این همان فرایند گام به گامی بود که دنبالش بودیم.

هم‌ارزی

گاهی دو گزاره به ازای همه ارزش‌های مختلف برای p, q, r و ... ممکن است ارزش یکسانی پیدا کنند که در این شرایط می‌گوییم که این دو گزاره «هم‌ارزش» یا به عبارت دیگر «هم‌ارز» هستند، به‌عنوان مثال جدول ارزش را برای $p \Rightarrow q$ و $\sim p \vee q$ و $\sim q \Rightarrow \sim p$ تشکیل داده‌ایم، می‌بینید که این سه در واقع هم‌ارزند:

$$(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p)$$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \Rightarrow q$	$\sim p \vee q$	$\sim q \Rightarrow \sim p$
T	T	F	F	T	T	T
T	F	F	T	F	F	F
F	T	T	F	T	T	T
F	F	T	T	T	T	T

مهم‌ترین کاربرد هم‌ارزی این است که وقتی می‌خواهیم درستی یک گزاره مرکب را ثابت کنیم می‌توانیم درستی گزاره مرکب هم‌ارز با آن را نشان دهیم.

هر آن‌چه توضیح دادیم کاری بود که توسط انسان انجام شده بود، تاریخچه کوتاهی بود از ظهور بحث منطق ریاضی، این‌جا دیگر منزلگاه است.

رسیدیم، رسیدیم، کاروان اتراق کنند.

در این قسمت ما کلیت هدف این درس را مطرح کردیم ولی بار دیگر، این‌بار به ترتیبی که کتاب درسی مطرح کرده، مطالب را بازگو کرده و با مثال‌های بیشتر همه چیز را مطرح خواهیم کرد چرا که کار از محکم‌کاری عیب نمی‌کند.

۳) تابع $f(x) = [x] + [-x]$ را در نظر بگیرید:

الف) مقادیر $f(\sqrt{2})$ ، $f(3)$ ، $f(\frac{1}{4})$ ، $f(-2)$ را بیابید.

پاسخ

$$f(-2) = [-2] + [-(-2)] = -2 + 2 = 0$$

$$f\left(\frac{1}{4}\right) = f(0/5) = [0/5] + [-0/5] = 0 + (-1) = -1$$

$$f(3) = [3] + [-3] = 3 + (-3) = 0$$

$$f(\sqrt{2}) = [\sqrt{2}] + [-\sqrt{2}] = [1/4] + [-1/4] = 1 + (-2) = -1$$

ب) باتوجه به مقادیر محاسبه شده در قسمت الف)، برد تابع f چه اعدادی است؟

پاسخ

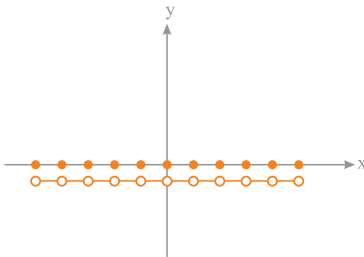
$$R_f = \{0, -1\}$$

ج) نمودار این تابع را در بازه $-5 \leq x \leq 5$ رسم کنید.

پاسخ با توجه به این که اگر x عددی صحیح باشد $-x$ نیز عددی صحیح است و در نتیجه $[x] = x$

$$[x] = x \text{ و } [-x] = -x \text{ و } [x] + [-x] = x + (-x) = 0 \text{ معلوم می شود که } x \in \mathbb{Z}; f(x) = 0$$

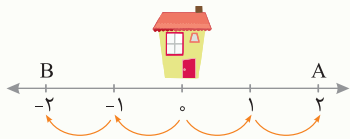
اما اگر x عددی صحیح نباشد آن گاه اگر $[x] = k$ ، خواهیم داشت $k \leq x < k+1$ و در نتیجه $-k-1 < -x \leq -k$ (چرا؟) و در نتیجه $[-x] = -k-1$ (چرا؟) بنابراین خواهیم داشت: $[x] + [-x] = k + (-k-1) = k - k - 1 = -1$



تابع قدر مطلق

خانه آرش را مبداء فرض کنید.

اگر آرش در منطقه A یا B باشد، در هر صورت فاصله اش از خانه دو واحد است. یعنی جهت و علامت در بیان فاصله مهم نیست و فاصله همیشه عددی مثبت یا صفر است.



فاصله هر نقطه به طول a را از مبدا با نماد $|a|$ نشان می دهیم که همواره عددی نامنفی (مثبت یا صفر) است. نماد $|a|$ را

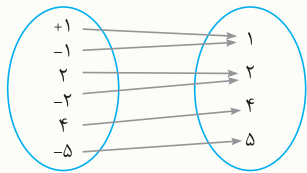
قدرمطلق a می خوانیم و به صورت مقابل تعریف می کنیم:

$$|a| = \begin{cases} a & a \geq 0 \\ -a & a < 0 \end{cases}$$

نکته: $|a| = \begin{cases} a & a \geq 0 \\ -a & a < 0 \end{cases}$ را می توانیم بصورت مقابل هم بنویسیم.

$$|a| = \begin{cases} a & \text{اگر } a \text{ نامنفی باشد} \\ -a & \text{اگر } a \text{ منفی باشد} \end{cases}$$

در نمودار پیکانی مقابل، هر عدد به قدر مطلقش نظیر شده است، پس می توانیم تساوی های زیر را بنویسیم.



$$|1| = |-1| = 1$$

$$|-2| = |2| = 2$$

$$|-5| = 5$$

$$|4| = 4$$

باتوجه به نمودار پیکانی می بینیم که اگر هر عدد را به قدرمطلقش وصل کنیم یک تابع به دست می آید.

به تابعی که هر مقدار در دامنه اش را به قدرمطلق همان مقدار در برد نظیر می کند، تابع قدر مطلق گوئیم. به بیانی دیگر، تابعی

را که هر عدد حقیقی مثبت یا صفر را به خود آن عدد و هر عدد منفی را به قرینه آن عدد نظیر می کند، تابع قدرمطلق می گوئیم و آن را با نماد

$f(x) = |x|$ نشان می دهیم. طبق تعریف قدرمطلق داریم:

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

سؤال

حاصل هر یک از قدرمطلق های زیر را بنویسید.

$$|-4| = -(-4) = +4$$

$$\left| \sqrt{3} - \sqrt{2} \right| = \sqrt{3} - \sqrt{2} = 0/3$$

حاصل تفاضل عددی مثبت است

$$\left| 1 - \sqrt{2} \right| = -(1 - \sqrt{2}) = \sqrt{2} - 1 = 0/4$$

حاصل تفاضل عددی منفی است قرینه اش را می نویسیم.

نمودار تابع $f(x) = |ax - b|$



برای رسم نمودار تابع $f(x) = |ax - b|$ دو روش وجود دارد:

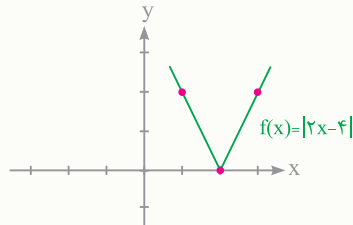
روش اول: روش نقطه‌یابی یکی از ساده‌ترین روش‌ها برای رسم نمودار است. برای رسم نمودار $f(x) = |ax - b|$ هم می‌توانیم از این روش استفاده کنیم.

برای رسم نمودار تابع $f(x) = |ax - b|$ ابتدا ریشه داخل قدر مطلق $(x_0 = \frac{b}{a})$ را به دست می‌آوریم. به جز این نقطه، دو نقطه دیگر هم نیاز داریم که باید یکی کوچک‌تر از x_0 و یکی بزرگ‌تر از x_0 باشد. به عنوان مثال فرض کنید می‌خواهیم نمودار تابع $f(x) = |2x - 4|$ را رسم کنیم. با استفاده از مطالب گفته شده، داریم:

ریشه قدر مطلق

x	۱	۲	۳
f(x)	۲	۰	۲

ریشه قدر مطلق: $2x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2$

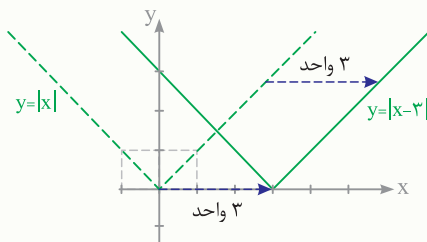


حال با داشتن ۳ نقطه، به راحتی نمودار را رسم می‌کنیم:

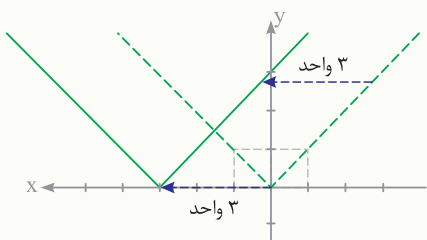
روش دوم: در این روش برای رسم نمودار $f(x) = |ax - b|$ دو حالت وجود دارد:

حالت اول: $a = 1$

در این حالت تابع به صورت $f(x) = |x - b|$ می‌شود که برای رسم این تابع تنها کافیست نمودار $|x|$ را رسم کنیم و آن را به اندازه b به سمت راست حرکت دهیم. مثلاً نمودار تابع $y = |x - 3|$ به صورت مقابل رسم می‌شود:



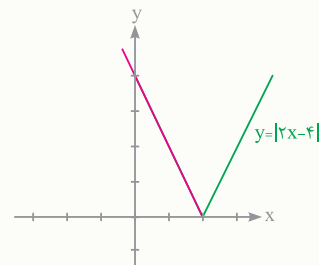
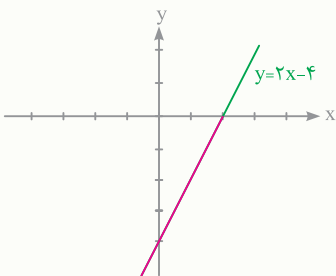
دقت کنید توابعی که به شکل $|x + b|$ هستند را هم می‌توانیم با این روش رسم کنیم. چون $|x + b|$ را می‌توان به صورت $|x - (-b)|$ در نظر گرفت. پس اگر نمودار $|x|$ را به اندازه $-b$ به راست حرکت دهیم، به نمودار $|x + b|$ می‌رسیم. مثلاً نمودار $y = |x + 3|$ به صورت مقابل رسم می‌شود:



توجه کنید وقتی می‌گوییم به اندازه $-b$ به سمت راست حرکت می‌دهیم یعنی به اندازه b به سمت چپ حرکت می‌دهیم.

حالت دوم: $a \neq 1$

در این حالت، ابتدا نمودار $ax - b$ را رسم می‌کنیم و چون تابع قدر مطلق تابعی نامنفی است، پس قسمتی از نمودار $ax - b$ که دارای مقادیر منفی است یعنی زیر محور x ‌ها قرار دارد را حذف کرده و قرینه آن را نسبت به محور x ‌ها رسم می‌کنیم. به عنوان مثال فرض کنید می‌خواهیم تابع $y = |2x - 4|$ را رسم کنیم. برای این کار ابتدا خط $y = 2x - 4$ را رسم می‌کنیم:



حال قسمتی از نمودار بالا که زیر محور x ‌ها قرار دارد را حذف کرده و به جای آن قرینه‌اش نسبت به محور x ‌ها را رسم می‌کنیم.

در واقع در این روش به نوعی از تعریف قدر مطلق

$$\left(|u| = \begin{cases} u & u \geq 0 \\ -u & u < 0 \end{cases} \right) \text{ استفاده کردیم:}$$

$$y = |2x - 4| = \begin{cases} 2x - 4 & 2x - 4 \geq 0 \\ -(2x - 4) & 2x - 4 < 0 \end{cases} \Rightarrow y = \begin{cases} 2x - 4 & x \geq 2 \\ -2x + 4 & x < 2 \end{cases}$$



ماجرای چیه؟!

یکی از مهم‌ترین کارهایی که بشر انجام داده است سازماندهی و دسته‌بندی اطلاعات است. بشر تا مدت‌ها متوجه نظم در بسیاری از پدیده‌ها نبود. شاید مطلبی که می‌گوییم به نظر شما عجیب باشد ولی واقعی است:

اولین بار یک محقق مجموع تعداد متولدین یک شهر در طی سال‌های مختلف را جمع کرد و متوجه شد یک نظم مشخص دیده می‌شود، تقریباً هر سال تعداد متولدین درصد مشخصی از متولدین سال قبل بیشتر بودند. او مجموع فوت شدگان در ماه‌های متوالی را نیز مورد بررسی قرارداد، باز هم نتیجه جالب بود، یک نظم دیگر.

واقعیت این بود که وقتی فرد به خود و اطرافش نگاه می‌کند، اتفاقاتی مثل تولد و مرگ را یک چیز کاملاً اتفاقی می‌بیند ولی وقتی به بررسی آماری می‌پردازیم می‌بینیم که یک نظم قوی بر این جریان حاکم است. وضعیت مشابهی در بسیاری از پدیده‌ها وجود دارد، این آغاز علم آمار است.

یکی از مهم‌ترین کارها در آمار طراحی شاخص‌هاست، شاخص‌ها قرار است جایگزین انبوهی از اطلاعات شوند و افرادی را که با این اطلاعات درگیرند از سردرگمی نجات دهند، به عنوان مثال یک مسئول دولتی را در نظر بگیرید که می‌خواهد اطلاعاتی کلی از اوضاع مالی مردم داشته باشد، یک راه این است که از میان اطلاعات آماری مربوط به سرمایه مردم چندین مورد را به‌طور اتفاقی انتخاب کند و با بررسی ده‌ها، صدها و شاید هزاران مورد یک دیدگاه تقریبی در مورد وضعیت به‌دست آورد، اما راه بهتر دور بودن از داده‌های _ به اصطلاح _ خام است، او باید داده‌هایی را در دسترس داشته باشد که با هدفی مشخص، با استفاده از داده‌های اولیه ساخته شده‌اند. شاخص‌های مختلفی می‌توان معرفی کرد، میانگین و میانه را که به یاد دارید، این که میانگین ثروت مردم چقدر است، در راستای این هدف شاخص ارزشمندی است، میانه هم همینطور.

حال اگر مسئول بخواهد بداند چند درصد مردم فقیرند باز هم نیاز به شاخص دارد، شاخصی که تا حدود زیادی خط فقر را مشخص کند، در این درس به‌عنوان مثال «نصف میانگین درآمد» را شاخصی برای خط فقر تعریف کرده‌ایم، شاخص دیگری هم می‌شود داشت مانند «نصف میانه درآمد». البته شاخص‌ها ساخته بشوند و شاید بتوان گفت ذاتاً ناکامل هستند، اما وجود آن‌ها منافع فراوانی دارد.

تقریباً در همه زمینه‌هایی که با اطلاعات گسترده برخورد می‌کنیم شاخص‌ها تعریف شده‌اند به عنوان مثال معروفترین شاخص مربوط به چاقی، $\frac{\text{وزن (کیلوگرم)}}{(\text{قد})^2 (\text{متر})}$ است. به جای این که با انبوهی از اطلاعات بخواهیم چاقی و لاغری را تشخیص دهیم شاخصی ساخته‌ایم

که تا حدودی زیادی میزان چاقی را نشان می‌دهد، شاید شما بگویید نه، چاقی فقط به وزن و قد ارتباط ندارد بلکه به اصطلاح به مستحکم و پر بودن بدن هم باید توجه کرد، یعنی مثلاً ممکن است از میان دو نفر با قد و وزن برابر یکی چاق باشد و دیگری متناسب.

در این جا حرف شما را می‌پذیرم و تأکید می‌کنم که شاخص‌ها از میان انبوهی از اطلاعات ابعاد خاصی را می‌بینند و کامل نیستند.

یکی دیگر از مباحث مهم در بحث آمار، مربوط به داده‌های آماری است که در طی زمان تغییر می‌کنند، به داده‌های آماری مربوط به یک چیز که به مرور زمان جمع‌آوری شده سری زمانی می‌گویند. نمودار مربوط به یک سری زمانی هم چیز با ارزشی است.

مجموعه کتاب‌های انتشارات بپن.الملله گاج



کتاب‌های آی کیو

کتابی برای رسیدن به درصد‌های بالا! این سری کتاب‌ها به دو گروه تقسیم می‌شود: گروه اول مخصوص دانش‌آموزان دبستان و متوسطه اول است که شامل درسنامه‌های مختصر و کاربردی است. دانش‌آموزان با مطالعه آن می‌توانند خود را برای شرکت در آزمون‌های ورودی مدارس نمونه و برتر و همچنین مراکز استعداد‌های درخشان آماده کنند. گروه دوم مخصوص دانش‌آموزان کنکوری است و همگام با تغییر سطح سؤالات کنکور سال‌های اخیر منتشر شده است. فرض ما در تولید کتاب‌های IQ بر این بوده که دانش‌آموز مطالب ابتدایی را می‌داند و به دنبال تکمیل دانسته‌های خود می‌باشد. از این رو از نوشتن درسنامه‌های طولانی پرهیز شده و از بانک تست بسیار غنی‌تر، متنوع‌تر و دشوارتری برخوردار است.



کتاب‌های میکرو

کامل‌ترین مجموعه کنکوری کتاب‌های تست میکرو طبقه بندی شامل تست‌های کنکورهای سراسری و تألیفی به همراه درسنامه‌های کامل و نکته‌های تستی و کنکوری هستند. به طوری که دانش‌آموزان پس از پایان هر جلسه درس، بتوانند با پاسخگویی به تست‌های آن بخش با نحوه طرح تست و دیدگاه طراحان کنکور آشنا شوند و تسلط کافی بر مباحث پیدا کنند.



کتاب‌های کلاغ سپید

عناوین انتشارات کلاغ سپید از پیش دبستانی تا دبیرستان در سه گروه زیر تولید می‌شود:

چهل قدم: در این مجموعه، مفاهیم کتب درسی به ۴۰ قدم آموزشی تقسیم و برای هر قسمت، آموزش، مثال و تمرین‌هایی ارائه شده است. هدف آنها آموزش از سطح کتب درسی تا آماده‌سازی دانش‌آموزان برای موفقیت در آزمون و مسابقات علمی است. فیلم‌های آموزشی حل برخی سؤالات این کتاب در اپلیکیشن کلاغ سپید قابل مشاهده است.

شاه‌کار: در این کتاب‌ها علاوه بر درسنامه‌های آموزشی، نمونه سؤالات تشریحی بدون پاسخ با هدف تعمیق و تثبیت مطالب کتاب درسی تألیف شده است.

شاه کلید: این کتاب‌ها با هدف آموزش و راهنمای تمامی کتاب‌های درسی در هر پایه تولید شده است.

