

فهرست

۷	فصل اول: فیزیک و اندازه‌گیری
۱۸	فصل دوم: کار، انرژی و توان
۳۵	فصل سوم: ویژگی‌های فیزیکی مواد
۵۷	فصل چهارم: دما و گرما
۸۸	فصل پنجم: ترمودینامیک
۱۰۸	فصل ششم: الکتریسیتهٔ ساکن
۱۳۶	فصل هفتم: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم
۱۶۹	فصل هشتم: مغناطیسی
۱۸۶	فصل نهم: القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب
۲۰۵	فصل دهم: حرکت بر خط راست
۲۳۹	فصل یازدهم: دینامیک و حرکت دایره‌ای
۲۶۹	فصل دوازدهم: نوسان و موج
۳۰۱	فصل سیزدهم: برهمکنش‌های موج
۳۲۹	فصل چهاردهم: آشنایی با فیزیک اتمی
۳۴۷	فصل پانزدهم: آشنایی با فیزیک هسته‌ای
۳۶۰	آزمون‌های جامع
۳۷۵	پاسخ‌نامهٔ تشریحی آزمون‌های جامع
۳۹۶	پاسخ‌نامهٔ کلیدی

راهنمای آیکون‌های کتاب:

- | | | |
|---------------|------|---------|
| هشدار | توجه | نکته |
| حوالستان باشد | پاسخ | مثال |
| | | بادآوری |

فصل دهم

حرکت پر خطر است

الف) حکم در راستای خط راست

برای شناخت حرکت، لازم است با مقاومیت زیر آشنا شویم:

مسافت و جایه جایی: مسافت کمیتی نزد های و جایه جایی کمیتی برداری است که به صورت زیر تعریف می شوند:

۲۰۵

مسافت (ℓ)	بردار جایه جایی (\vec{d})
طول مسیر حرکت	برداری که نقطه اول حرکت را به نقطه انتهای حرکت وصل می کند. $\vec{d} = \Delta \vec{x} \hat{i}$

در حالت کلی، $|\vec{d}| > \ell$ است؛ اما اگر متوجه در حرکت روی یک خط راست تغییر جهت ندهد،

داریم: $\ell = |\vec{d}|$

لحظه و بازه زمانی: تفاوت لحظه و بازه زمانی را در نمودار روبرو نشان داده ایم:

تفاضل دو لحظه، نشان دهنده بازه زمانی بین آن دو لحظه است:
 $\Delta t = t_2 - t_1$

(ثانیه پنجم)

تندی متوسط و سرعت متوسط: تندی کمیتی نزد های و سرعت کمیتی برداری است و مقدار متوسط آن از فرمول های زیر به دست می آید:

سرعت متوسط	تندی متوسط
$\bar{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} \hat{i} \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ علامت جبری Δx و v_{av} جهت حرکت را نشان می دهد.	$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \rightarrow$ مسافت (m) زمان حرکت (s) \rightarrow

تندی لحظه ای و سرعت لحظه ای

تندی لحظه ای (v): تندی متوجه در هر لحظه از زمان یا در هر نقطه از مسیر (مثال: تندی لحظه ای یک متوجه 5 m/s است).

سرعت لحظه ای (v̇): تندی لحظه ای با در نظر گرفتن جهت حرکت (مثال: سرعت لحظه ای همان متوجه 5 m/s به طرف شمال است).

وقتی می گوییم «تندی» و «سرعت»، منظور مان تندی لحظه ای و سرعت لحظه ای است.

متناهی روی محور X حرکت می‌کند و در مبدأ زمان از مکان $x_0 = -40\text{ m}$ می‌گذرد و در لحظه $t_1 = 6\text{ s}$ به مکان $x_1 = 100\text{ m}$ می‌رسد و در نهایت در لحظه $t_2 = 10\text{ s}$ از مکان $x_2 = 20\text{ m}$ می‌گذرد. سرعت متوسط این متناهی در SI در این 10 s کدام است؟ (تپری ۹۸)

۲۰۴ ۶ (۳) ۱۴ (۲) ۲۲ (۱)

کافی است اطلاعات مفید مسئله را در فرمول $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ بگذاریم:

$$v_{av} = \frac{x_2 - x_0}{t_2 - t_0} = \frac{20 - (-40)}{10 - 0} = \frac{60}{10} = 6 \text{ m/s}$$

(همین‌طور که دیدید $x_1 = 100\text{ m}$ ، $t_1 = 6\text{ s}$ اطلاعات بی‌مصرف و اضافی بودن.)

شتاب

هرگاه سرعت جسمی تغییر کند، حرکت آن شتابدار است. شتاب متوسط از فرمول زیر حساب می‌شود:

سرعت اولیه سرعت نهایی

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (\text{m/s})$$

شتاب متوسط برای حرکت در یک راستا (m/s)

بازه زمانی تغییر سرعت (s)

شتاب لحظه‌ای a : شتاب متناهی در هر لحظه از زمان

وقتی می‌گوییم «شتاب» منظورمان شتاب لحظه‌ای است.

جهت‌ها: جابه‌جایی، سرعت و شتاب کمیت‌هایی برداری هستند و تعیین جهت آن‌ها برای ما مهم است.

برای حرکت در راستای محور X ، این جهت‌ها را به شکل زیر تعیین می‌کنیم:

جهت جابه‌جایی: اگر متناهی به سمت X مثبت برود، جابه‌جایی مثبت و اگر به سمت X می‌منفی باشد، جابه‌جایی منفی است.

جهت سرعت: بردار سرعت همواره با بردار جابه‌جایی هم جهت (هم‌علامت) است.

جهت شتاب: بردار شتاب با بردار تغییر سرعت (و نه خود سرعت) هم جهت (هم‌علامت) است؛ یعنی:

لف سرعت ثابت $\Rightarrow \Delta v = 0 \Rightarrow$ شتاب صفر ($a = 0$)

ب سرعت در جهت مثبت و در حال زیادشدن $\Rightarrow \Delta v > 0 \Rightarrow$ شتاب مثبت ($a > 0$)

ب سرعت در جهت منفی و در حال کم‌شدن $\Rightarrow \Delta v < 0 \Rightarrow$ شتاب منفی ($a < 0$)

ب سرعت در جهت منفی و در حال زیادشدن $\Rightarrow \Delta v < 0 \Rightarrow$ شتاب منفی ($a < 0$)

ب سرعت در جهت مثبت و در حال کم‌شدن $\Rightarrow \Delta v > 0 \Rightarrow$ شتاب مثبت ($a > 0$)

متناهی در مسیر مستقیم حرکت می‌کند و معادله سرعت – زمان آن در SI، به صورت

$v = 2t^2 - 4t - 2$ است. شتاب متوسط آن در ۲ ثانیه دوم متر بر مجدور ثانیه است؟

۲ (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) (تپری فارج ۹۸)

گام اول چند صفحه جلوتر درباره t ثانیه 1 m خواهیم خواند؛ اما این جا لازم

است بدانیم که ۲ ثانیه دوم حرکت، یعنی از $t_1 = 2\text{ s}$ تا $t_2 = 4\text{ s}$. برای این که شتاب متوسط

در این بازه را به دست آوریم باید سرعت لحظه‌ای در ابتداء و انتهای این بازه را تعیین کنیم.



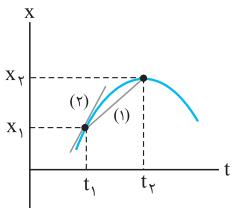
معادله سرعت - زمان برابر $v = 2t^2 - 4t - 2$ است؛ پس داریم:

$$t = 2 \text{ s} \Rightarrow v_1 = 2(2)^2 - 4(2) - 2 = -2 \text{ m/s}$$

$$t = 4 \text{ s} \Rightarrow v_2 = 2(4)^2 - 4(4) - 2 = 14 \text{ m/s}$$

گام دوم با توجه به این که شتاب متوسط از رابطه $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ به دست می‌آید، داریم:

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{14 - (-2)}{4 - 2} = \frac{16}{2} = 8 \text{ m/s}^2$$



معرفی کلی نمودارهای حرکت

نمودار مکان-زمان

از این نمودار می‌توان اطلاعات زیر را به دست آورد:

- مکان جسم در هر لحظه: x_1 مکان جسم در لحظه t_1 و x_2 مکان جسم در لحظه t_2 است.

- سرعت متوسط: سرعت متوسط متحرک بین دو لحظه از زمان، برابر شیب خطی است که نقاط متناظر با آن دو لحظه را به هم وصل می‌کند.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \text{شیب خط (1)}$$

- سرعت لحظه‌ای: شیب مماس بر نمودار در یک نقطه، برابر سرعت لحظه‌ای متحرک در آن لحظه است.

$$\text{سرعت لحظه‌ای متحرک در لحظه } t_1 = \text{شیب خط (2)}$$

● دور و نزدیک شدن به مبدأ:

دورشدن نمودار [از] محور افقی (t) به معنای دورشدن [از] متحرک [از] نزدیک شدن [به] مبدأ است.

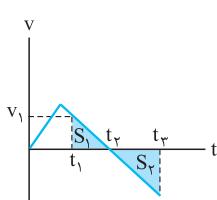
- ساکن‌بودن: اگر نمودار $-x$ در بازه‌ای از زمان، خطی افقی موازی محور t باشد، نشان‌دهنده ساکن‌بودن متحرک در آن بازه زمانی است. همین‌طور اگر خط مماس بر نمودار در یک لحظه افقی باشد، یعنی متحرک در آن لحظه ساکن بوده است.

- تغییر جهت متحرک: در لحظه‌هایی که نمودار بیشینه یا کمینه است، متحرک در حال تغییر جهت است. (مثالاً در نمودار بالا در لحظه t_2 متحرک تغییر جهت می‌دهد).

نمودار سرعت-زمان

از این نمودار می‌توان اطلاعات زیر را به دست آورد:

- سرعت متحرک در هر لحظه: در نمودار مقابل، سرعت متحرک در لحظه t_1 برابر v_1 است.



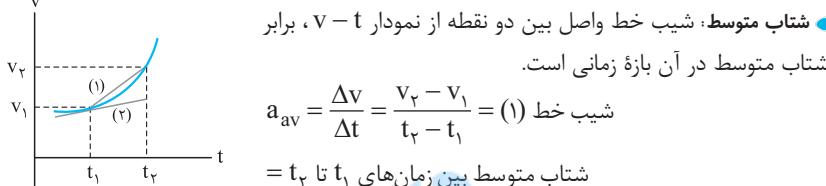
- تغییر جهت متحرک: در لحظه‌ای که نمودار، محور t را قطع می‌کند و علامت سرعت در دو طرف آن متفاوت می‌شود، متحرک تغییر جهت داده است. در نمودار $-v$ مقابل، لحظه تغییر جهت متحرک است.

● جابه‌جایی: مساحت سطح محصور بین نمودار و محور t برابر با جابه‌جایی متحرک است. اگر این سطح بالای محور t باشد، جابه‌جایی در جهت مثبت و اگر پایین محور t باشد، جابه‌جایی در جهت منفی است. جابه‌جایی کل، مجموع تمام جابه‌جایی‌های مثبت و منفی است. در نمودار صفحهٔ قبل:

$$\left. \begin{aligned} t_2 &= S_1 + S_2 \\ t_2 &= S_2 - S_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} t_2 &= \text{جابه‌جایی در بازه زمانی } t_1 \text{ تا } t_2 \\ t_2 &= \text{جابه‌جایی بین دو لحظه } t_1 \text{ تا } t_2 \end{aligned}$$

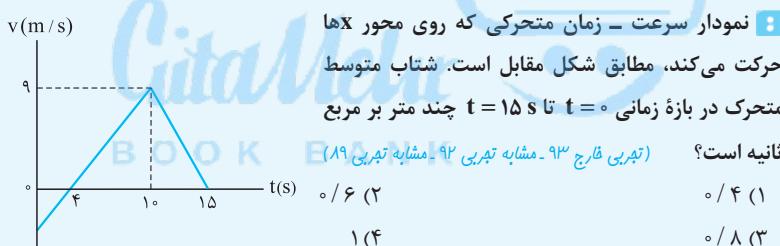
● مسافت: مجموع مساحت سطوح‌های محصور بین نمودار و محور t (بدون در نظر گرفتن علامت منفی برای سطوح‌های زیر محور t) برابر با مسافت طی شده توسط متحرک است. در نمودار صفحهٔ قبل:

$$t_2 = |\text{مسافت طی شده در بازه زمانی } t_1 \text{ تا } t_2| = |S_1| + |S_2|$$



● شتاب لحظه‌ای: شبی خط مماس بر نمودار v - t در یک لحظه، برابر شتاب لحظه‌ای متحرک در آن لحظه است.

$$\text{شتاب لحظه‌ای در لحظه } t_1 = \text{شبی خط (2)}$$



گام اول سرعت متحرک در لحظه $t = 0$ را تعیین می‌کنیم. برای این کار باید

شبی نمودار را در بازه $t = 10$ s تا $t = 15$ s به دست آوریم و برای آن از مختصات دو لحظه

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{9 - 0}{10 - 4} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} \text{ شتاب} \quad \text{شبی نمودار}$$

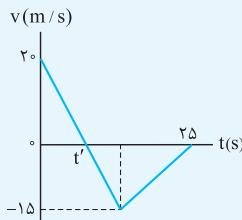
$$\text{معادله خط در حالت کلی: } y = ax + b \Rightarrow v = at + v_0 \Rightarrow v = \frac{3}{2}t + v_0$$

برای تعیین v_0 ، مقدار $v = 9$ m/s را به ازای $t = 10$ s در رابطه به دست آمده قرار می‌دهیم:

$$9 = \frac{3}{2} \times 10 + v_0 \Rightarrow v_0 = -6 \text{ m/s}$$

گام دوم سرعت نهایی متحرک در لحظه $t = 15$ s برابر صفر است؛ بنابراین:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{0 - (-6)}{15 - 0} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0.4 \text{ m/s}^2$$



نمودار سرعت - زمان متحركی که روی محور x ها حرکت می کند، مطابق شکل مقابل است. بزرگی سرعت متوسط متحرك در بازه زمانی که حرکت متحرك خلاف جهت محور x ها است، چند متر بر ثانیه است؟ (ریاضی ۹۳ - مشابه تبریز قارچ - مشابه ریاضی ۱۹)

$$2 / 5 (2)$$

$$10 / 4$$

$$1 / صفر$$

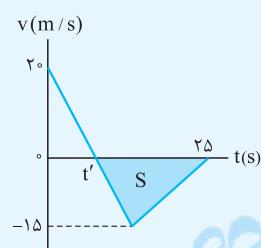
$$7 / 5 (3)$$

آن، زیر محور t قرار دارد. در لحظه t' سرعت متحرك صفر شده و از آن لحظه تا $t = 25\text{ s}$ در خلاف جهت محور x ها حرکت کرده است.

مساحت سطح رنگشده برابر است با جایه جایی متحرك در خلاف

$$\text{جهت محور } x \text{ ها؛ بنابراین داریم: } v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{|S|}{25 - t'}$$

$$= \frac{|-\frac{15 \times (25 - t')}{2}|}{25 - t'} = \frac{15}{2} = 7.5 \text{ m/s}$$



نمودار شتاب - زمان

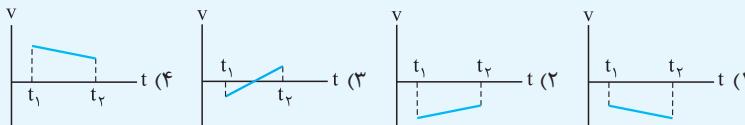
این نمودار، شتاب متحرك در هر لحظه را نشان می دهد و سطح محصور بین نمودار و محور t در يك بازه زمانی، نشان دهنده تغیير سرعت متحرك در آن بازه است. $S = \Delta v$

تندشونده، کندشونده، یکنواخت

حرکت کندشونده	حرکت یکنواخت	حرکت تندشونده
حرکتی است که در آن، اندازه سرعت متحرك در حال کم شدن است.	حرکتی است که در آن، سرعت متحرك ثابت باشد.	حرکتی است که در آن، اندازه سرعت متحرك در حال زیاد شدن است.
$a.v < 0 \Leftrightarrow$	$a = 0 \Leftrightarrow$ حرکت با سرعت ثابت	$a.v > 0 \Leftrightarrow$ حرکت تندشونده
نژدیکشدن نمودار سرعت به محور t	حرکت کندشونده \Leftrightarrow	دورشدن نمودار سرعت از محور t
افقي بودن نمودار سرعت یکنواخت	\Leftrightarrow	حرکت تندشونده \Leftrightarrow

کدام نمودار، مربوط به متوجهی است که در بازه زمانی نشان داده شده، حرکت آن پیوسته

تندشونده است؟



گزینه ۱ = حرکت تندشونده حرکتی است که طی آن، اندازه سرعت جسم همواره در حال افزایش است. در **۲** و **۳** اندازه سرعت در حال کاهش است. در **۴** اندازه سرعت ابتدا کاهش و پس از صفرشدن افزایش یافته است. فقط در **۱** است که اندازه سرعت از زمان t_1 تا t_2 در حال زیادشدن است.

حرکت با سرعت ثابت

اگر در یک حرکت، تندی (اندازه سرعت) و جهت سرعت متوجه (جهت حرکت متوجه) در طول مسیر ثابت باشد، آن حرکت را حرکت با سرعت ثابت می‌نامیم.

در حرکت با سرعت ثابت، شتاب صفر ($a = 0$) و در هر بازه زمانی، سرعت متوسط مساوی سرعت لحظه‌ای ($V = v_{av}$) است.

$$\text{معادله حرکت با سرعت ثابت: } X = v \cdot t + X_0$$

(m / s) سرعت
مکان اولیه متوجه
مکان متوجه در لحظه t
زمان (s)

نمودارهای حرکت با سرعت ثابت: اگر معادله بالا را در صفحه $X - t$ رسم کنیم، نمودار خطی است که شیب آن برابر v و عرض از مبدأ آن X_0 است. تمام نمودارهای این حرکت را در جدول زیر می‌بینید:

نمودار مکان - زمان	نمودار سرعت - زمان	نمودار شتاب - زمان	وضعیت متوجه
$X_0 > 0$ $X_0 = 0$ $X_0 < 0$	$(V > 0)$ 	a $(a = 0)$ 	با سرعت ثابت در جهت اهاهای مثبت حرکت می‌کند.
$X_0 > 0$ $X_0 = 0$ $X_0 < 0$	$(V < 0)$ 	a $(a = 0)$ 	با سرعت ثابت در جهت اهاهای منفی حرکت می‌کند.

تبديل یکاهای سرعت: برای تبدیل یکاهای (km / h) و (m / s) به یکدیگر، در حالت کلی داریم:

$$\text{km} / \text{h} \xrightarrow[\times 3/6]{\div 3/6} \text{m} / \text{s}$$

اما در بیشتر مسائل با یکی از عده‌های جدول زیر روبه‌رو می‌شویم که بهتر است آن‌ها را به خاطر بسپاریم:

$v (\text{km} / \text{h})$	$\begin{matrix} +18 \\ 18 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} +18 \\ 36 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} +18 \\ 54 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} +18 \\ 72 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} +18 \\ 90 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} +18 \\ 108 \end{matrix}$
$v (\text{m} / \text{s})$	$\begin{matrix} +5 \\ 5 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} +5 \\ 10 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} +5 \\ 15 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} +5 \\ 20 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} +5 \\ 25 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} +5 \\ 30 \end{matrix}$

در یک حرکت با سرعت ثابت، متوجه در لحظه‌های $t_1 = 1\text{s}$ و $t_2 = 12\text{s}$ به ترتیب در مکان‌های

$x_1 = -2 / 5 \text{ m}$ و $x_2 = 25 \text{ m}$ قرار دارد. مکان اولیه این متوجه در چند متری مبدأ بوده است؟

- (۱) صفر (۲) -1.2 (۳) $-2 / 5$ (۴) $-2 / 5$

صورت کلی معادله حرکت با سرعت ثابت را نوشته و مختصات داده شده را در آن جای‌گذاری می‌کنیم و از حل دستگاه دو معادله - دو مجهول، مکان اولیه (x_0) را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} x_1 &= vt_1 + x_0 \quad \Rightarrow \quad -2 / 5 = v(1) + x_0 \\ x_2 &= vt_2 + x_0 \quad \Rightarrow \quad 25 = v(12) + x_0 \end{aligned}$$

معادله بالایی را از معادله پایینی کم می‌کنیم:

$$\frac{-2 / 5 = 2 / 5 + x_0}{\text{در معادله اول قرار می‌هیم}} \Rightarrow x_0 = -5 \text{ m}$$

نمودار مکان - زمان دو متوجه A و B به صورت شکل

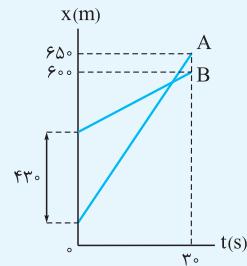
مقابل است. سرعت متوجه A چند متر بر ثانیه بیشتر از سرعت متوجه B است؟

- (۱) ۱۲ (۲) $12 / 6$ (۳) ۱۶ (۴) $16 / 3$

روشن اول: نمودار داده شده، دو متوجه در حرکت با سرعت ثابت را نشان می‌دهد. معادله حرکت با سرعت ثابت را برای هر کدام می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} x_A &= v_A t + x_{A0} \\ x_B &= v_B t + x_{B0} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} 65 &= v_A(30) + x_{A0} \\ 60 &= v_B(30) + x_{B0} \end{aligned}$$

$$5 = 30(v_A - v_B) + (x_{A0} - x_{B0})$$



با توجه به نمودار، $x_A - x_B = -43^\circ m$ ؛ در نتیجه داریم:

$$50^\circ = 3^\circ(v_A - v_B) - 43^\circ \Rightarrow v_A - v_B = \frac{50^\circ + 43^\circ}{3^\circ} = 16 \text{ m/s}$$

روش دوم: در حرکت با سرعت ثابت، سرعت لحظه‌ای و متوسط برابر است. از روی نمودار مشخص است که متوجه A در ابتدای حرکت $43^\circ m$ از متوجه B عقب‌تر و در پایان حرکت $50^\circ m$ از آن جلوتر است. پس در مدت زمان $S = 3^\circ$ ، متوجه A به اندازه $43^\circ + 50^\circ = 48^\circ m$ بیشتر

$$v_A - v_B = \frac{\Delta x_A - \Delta x_B}{3^\circ} = \frac{48^\circ}{3^\circ} = 16 \text{ m/s}$$

از متوجه B حرکت کرده است.

معادلات حرکت باشتباخت ثابت

در این حرکت، شتاب متوسط مساوی شتاب لحظه‌ای ($a = a_{av}$) است. در بررسی حرکت با شتاب ثابت، چند معادله اصلی داریم که کمیت‌های v ، Δx ، a و t را به هم مربوط می‌کنند. در حل هر تست باید بینیم که داده‌ها و خواسته سؤال چیست و رابطه مناسبی را که بین آن‌ها ارتباط برقرار می‌کند، از بین معادله‌های زیر انتخاب کنیم.

معادله سرعت - زمان (مستقل از جابه‌جایی):

$$v = at + v_0$$

The diagram shows a rectangular frame with arrows pointing from left to right. Inside the frame, the top edge is labeled "شتاب (m/s²)" with an upward arrow, the left edge is labeled "سرعت اولیه (m/s)" with a leftward arrow, the right edge is labeled "سرعت (m/s)" with a rightward arrow, and the bottom edge is labeled "زمان (s)" with a downward arrow. The formula $v = at + v_0$ is centered in the frame.

معادله مکان - زمان (مستقل از سرعت نهایی):

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

مکان اولیه \leftarrow مکان جسم در لحظه t \rightarrow مکان نهایی

معادله مستقل از زمان:

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$$

The diagram shows a rectangular frame with arrows pointing upwards. Inside the frame, the top edge is labeled "سرعت اولیه (m/s)" with an upward arrow, the left edge is labeled "سرعت نهایی (m/s)" with a leftward arrow, and the right edge is labeled "مکان نهایی" with an upward arrow. The formula $v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$ is centered in the frame.

معادله سرعت متوسط:

$$v_{av} = \frac{v_0 + v}{2}$$

معادله مستقل از شتاب:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

در معادله‌های سرعت - زمان و مکان - زمان، t حتماً یک لحظه است. حواس‌تان باشد آن را با یک بازه زمانی (Δt) اشتباه نگیرید.

برای محاسبه مکان نسبی بین دو متوجه A و B در هر لحظه می‌توانیم از رابطه زیر استفاده کنیم:

$$x_B - x_A = \frac{1}{2}(a_B - a_A)t^2 + (v_{B0} - v_{A0})t + (x_{B0} - x_{A0})$$



متوجهی از حال سکون از مبدأ مختصات با شتاب ثابت $\ddot{a} = 1\text{ m/s}^2$ به حرکت در می‌آید. بردار مکان آن در لحظه $t = 4$ کدام است؟ (كمیت‌ها در SI است).
(ریاضی ۹۵ با تغییر)

$$\vec{d} = \vec{v}_0 t \quad (4)$$

$$\vec{d} = 2\vec{i} \quad (3)$$

$$\vec{d} = 4\vec{i} \quad (2)$$

$$\vec{d} = \lambda\vec{i} \quad (1)$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow{a=1, v_0=0} x = \frac{1}{2} \times 1 \times 16 = 8 \quad \text{گزینه «۱»} =$$

$$\vec{d} = x\vec{i} \Rightarrow \vec{d} = 8\vec{i}$$

دو متوجه روى خط راست با شتاب‌های ثابت a و $(a+1/5)\text{ m/s}^2$ از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند و بعد از مدت t ، سرعت آن‌ها به ترتیب 10 m/s و 22 m/s می‌شود. t چند ثانیه است؟
(ریاضی قارچ ۹۶) $4 \quad (4)$ $6 \quad (3)$ $8 \quad (2)$ $10 \quad (1)$

وقتی می‌گوییم متوجه شروع به حرکت کرده است، یعنی $v_0 = 0$ ، با توجه به این، معادله $v = at + v_0$ را برای هر دو متوجه می‌نویسیم:

$$\begin{cases} v_1 = at \\ v_2 = (a+1/5)t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10 = at \\ 22 = at + 1/5t \end{cases} \xrightarrow{\substack{\text{معادله بالا را از معادله} \\ \text{پایین کنم می‌کنیم.}}} 12 = 1/5t \Rightarrow t = 8\text{ s}$$

متوجهی در مسیر مستقیم و با شتاب ثابت فاصله 80 m از A تا B را در مدت ۸ ثانیه طی می‌کند و در لحظه رسیدن به نقطه B سرعتش به 15 m/s می‌رسد. شتاب متوجه چند متر بر مربع ثانیه است؟
(ریاضی ۱۹) $4 \quad (4)$ $5 \quad (3)$ $6 \quad (2)$ $7 \quad (1)$

گزینه «۴» نقطه A را مبدأ مکان و زمان فرض می‌کنیم. معادله‌های $x = t$ و $v = at + v_0$ در حرکت با شتاب ثابت را برای نقطه B می‌نویسیم:

$$\begin{cases} \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \\ v = at + v_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 80 = \frac{1}{2}a(\lambda)^2 + v_0(\lambda) \\ 15 = a(\lambda) + v_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 80 = 32a + \lambda v_0 \\ (15 = \lambda a + v_0) \times \lambda \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 80 = 32a + \lambda v_0 \\ 120 = 64a + \lambda v_0 \end{cases}$$

$$40 = 32a \Rightarrow a = \frac{40}{32} = \frac{5}{4}\text{ m/s}^2$$

دو متوجه A و B از یک نقطه بدون سرعت اولیه در یک مسیر مستقیم شروع به حرکت می‌کنند. اگر شتاب متوجه A، 4 m/s^2 برابر شتاب متوجه B باشد، در یک جابه‌جایی مساوی سرعت متوسط متوجه A چند برابر سرعت متوسط متوجه B است؟
(ریاضی قارچ ۹۳) $4 \quad (4)$ $\sqrt{2} \quad (3)$ $2 \quad (2)$ $\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1)$

گزینه ۲ روش اول: با استفاده از رابطه مستقل از زمان، سرعت نهایی دو متحرک را

در جایه جایی دلخواه Δx به دست می آوریم:

$$\begin{cases} v_A - 0 = 2a_A \Delta x \\ v_B - 0 = 2a_B \Delta x \end{cases} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 = \frac{a_A}{a_B} = 4 \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = 2$$

حالا با توجه به این که سرعت اولیه دو متحرک، صفر و شتاب حرکت آنها ثابت بوده، سرعت

متوسط آنها را حساب می کنیم:

$$\frac{v_{av_A}}{v_{av_B}} = \frac{\frac{v_A + 0}{2}}{\frac{v_B + 0}{2}} = \frac{v_A}{v_B} = 2$$

روش دوم: از رابطه $v = at + v_0$ استفاده می کنیم و نسبت زمان حرکت دو

متحرک را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} \Delta x = \frac{1}{2} a_A (\Delta t)_A^2 \\ \Delta x = \frac{1}{2} a_B (\Delta t)_B^2 \end{cases} \Rightarrow 1 = \frac{a_A (\Delta t)_A^2}{a_B (\Delta t)_B^2} \Rightarrow 1 = 4 \times \left(\frac{\Delta t_A}{\Delta t_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{\Delta t_A}{\Delta t_B} = \frac{1}{2}$$

حالا می توانیم نسبت سرعت های متوسط A و B را به دست آوریم:

$$\frac{v_{av_A}}{v_{av_B}} = \frac{\frac{\Delta x}{\Delta t_A}}{\frac{\Delta x}{\Delta t_B}} = \frac{\Delta t_B}{\Delta t_A} = 2$$

جایه جایی در ثانیه n^{ام}- جایه جایی در n^{ام} ثانیه

ثانیه n^{ام} حرکت: یک بازه زمانی به طول یک ثانیه است. $(\Delta t_n = t_n - t_{n-1})$

ثانیه سوم حرکت

نمونه در نمودار مقابل، ثانیه سوم حرکت را نشان داده ایم:



ثانیه n^{ام} حرکت: اگر با چنین چیزی روبه رو شدید، t را در n ضرب کنید و سپس t ثانیه از آن کم

کنید. بازه زمانی موردنظر از لحظه $-nt$ ثانیه تا لحظه nt ثانیه است.

مثالاً اگر گفته شد ۲ ثانیه پنجم، ۲ را در ۵ ضرب کرده و ۲ ثانیه از آن کم می کنیم تا لحظه اول بازه

به دست آید ($2 \times 5 - 2 = 8$)، بازه موردنظر می شود: از ۱۰ s تا ۸ s.

جایه جایی متحرک در ثانیه n^{ام} حرکت:

جایه جایی متحرک در t ثانیه n^{ام} حرکت:

اگر در یک حرکت با شتاب ثابت a ، متحرکی در یک ثانیه Δx متر جایه جا شود، در ثانیه بعدی

 $\Delta x + a$ متر جایه جا می شود.



اگر مسئله‌ای درباره جایه‌جایی در t ثانیه‌های غیرمتوالی بود، از این رابطه کمک بگیرید:

$$at^r = \frac{\Delta x_{t,n} - \Delta x_{t,m}}{n - m}$$

جایه‌جایی در t ثانیه‌ای n آم
↑ ↓
 $\Delta x_{t,n} - \Delta x_{t,m}$

متحرکی در یک مسیر مستقیم و از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. اگر مسافت طی شده در ثانیه اول 4 متر باشد، مسافت طی شده در ثانیه سوم چند متر است؟

۲۰ (۴)

۱۶ (۳)

۱۲ (۲)

۸ (۱)

$$\Delta x_1 = (1 - 0 / 5)a + 0 \Rightarrow 4 = 0 / 5a \Rightarrow a = \frac{4}{0 / 5} = 8 \text{ m/s}^2$$

«گزینه ۴»

$$\Delta x_3 = (3 - 0 / 5)a + 0 \Rightarrow \Delta x_3 = 2 / 5 \times 8 = 20 \text{ m}$$

نمودارهای حرکت باشتات ثابت

نمودارهای $x - t$, $v - t$, $a - t$ و $v - t$ مربوط به حرکت با شتاب ثابت را در جدول زیر ببینید:

مکان - زمان	سرعت - زمان	شتاب - زمان	ویژگی
			$v_0 = 0$ و $a > 0$
			$v_0 > 0$ و $a > 0$
			$v_0 < 0$ و $a > 0$
			$v_0 = 0$ و $a < 0$

مکان - زمان	سرعت - زمان	شتاب - زمان	ویژگی
			$v_0 > 0 \text{ و } a < 0$
			$v_0 < 0 \text{ و } a < 0$

معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت، معادله درجه دوم است و نمودار آن یک سهمنی است. معادله این سهمنی در حالت کلی به شکل $x = At^2 + Bt + C$ است.

از این معادله و نمودار مربوط به آن می توانیم اطلاعات زیر را به دست آوریم:

• $A = \frac{1}{2}a$ برابر نصف شتاب حرکت است.

• در نقطه رأس سهمنی، یعنی در زمان $t = \frac{-B}{2A}$ و مکان

$$\frac{-\Delta}{4A} = \frac{4AC - B^2}{4A} \quad t = \frac{-B}{2A}, \text{ سرعت متحرک صفر شده و جهت}$$

حرکت عوض می شود.

• سهمنی نسبت به زمان $t = \frac{-B}{2A}$ متقابن است. بعضی از تست های رامی توان با توجه به همین تقارن حل نمود.

• اگر جهت تغیر سهمنی رو به بالا باشد (↑)، شتاب مثبت ($a > 0$) و اگر جهت تغیر سهمنی رو به پایین باشد (↓)، شتاب منفی ($a < 0$) است.

• شیب مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه، سرعت در آن لحظه را به دست می دهد. اگر اندازه شیب مماس بر این نمودار در حال کاهش باشد، حرکت کندشونده و اگر اندازه شیب در حال افزایش باشد حرکت تندشونده است.

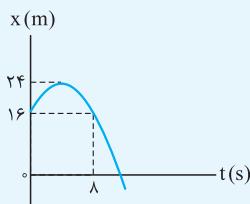
• اگر در لحظه $t = 0$ شیب مماس بر نمودار مکان - زمان مثبت باشد (↗) سرعت اولیه مثبت،

اگر شیب مماس منفی باشد (↖) سرعت اولیه منفی و اگر شیب مماس صفر باشد (↔) سرعت اولیه صفر است.

• نمودار $v - t$ حرکت شتاب ثابت یک خط است. شیب خط برابر با شتاب حرکت و عرض از مبدأ آن برابر سرعت اولیه است.



توصیه: رسم نمودارهای مختلف یک حرکت از روی یکدیگر را تمرین کنید. برخی از تست‌ها با این شکرده به راحتی حل می‌شوند.



نمودار مکان – زمان متوجه کی مطابق شکل مقابل به صورت سهمی است. در بازه زمانی صفر تا ۸ بزرگی شتاب متوسط (ریاضی ۹۷)

و سرعت متوسط در SI، کدام است؟

۱) و صفر

۲) ۲ و ۲

۳) ۱ و ۱

۴) گزینه «۱»

کام اول سرعت متوسط: مکان متوجه در صفر و ۸ یکسان است.

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{16 - 16}{8 - 0} = 0 \Rightarrow \text{حذف ۳ و ۴}$$

گام دوم شتاب: معادله کلی سهمی را نوشته و ضرایب آن را با کمک نمودار به دست می‌آوریم:

$$x = At^2 + Bt + C \xrightarrow{t=0} 16 = A(0) + B(0) + C \Rightarrow C = 16$$

به دلیل تقارن، نقطه رأس سهمی در ۴ s است.

$$\xrightarrow{t=4} 2 = 4A + B \quad (1)$$

$$\xrightarrow{t=8} 16 = 64A + B(8) + 16 \xrightarrow{B=0} 0 = 8A \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow A = -\frac{1}{2} = \frac{a}{2} \Rightarrow a = -1 \text{ m/s}^2$$

نمودار سرعت – زمان دو متوجه A و B که روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل مقابل است. در

مدتی که متوجه A در جهت محور x حرکت کرده است،

بزرگی جابه‌جاوی متوجه B، چند متر است؟ (ریاضی ۹۵)

۱۹۲ (۲)

۱۸۶ (۱)

۲۲۸ (۴)

۲۰۰ (۳)

کام اول تا وقتی سرعت متوجه A ثابت (بالای محور t) است، یعنی در جهت محور x حرکت می‌کند. لحظه صفرشدن سرعت، پایان حرکت در جهت محور x است.

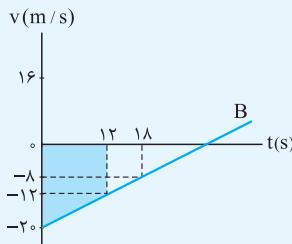
معادله $v - t$ را برای متوجه A نوشته و زمان صفرشدن سرعت را به دست می‌آوریم:

$$A = a_A = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-8 - 16}{18} = \frac{-24}{18} = -\frac{4}{3} \text{ m/s}$$

$$v_A = a_A t + v_{0A} \Rightarrow 0 = -\frac{4}{3}t + 16 \Rightarrow t = 12 \text{ s}$$

$$B = a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-8 - (-2)}{18} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3} \text{ m/s} \quad \text{گام دوم}$$

$$t = 12 \text{ s} \quad \text{در} \quad v_B = a_B t + v_{0B} \Rightarrow v_B = \frac{2}{3} \times 12 - 2 = 12 \text{ m/s}$$



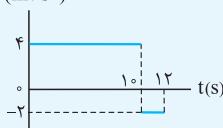
روش اول: سطح محصور بین نمودار سرعت و محور t تا لحظه $t = 12\text{ s}$ برابر جایه‌جایی خواسته شده است:

$$S = |\Delta x_B| = \frac{(20 + 12) \times 12}{2} = 192\text{ m}$$

روش دوم: از رابطه مستقل از شتاب داریم:

$$\Delta x_B = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t = \frac{-20 + (-12)}{2} \times 12 = -192\text{ m} \Rightarrow |\Delta x_B| = 192\text{ m}$$

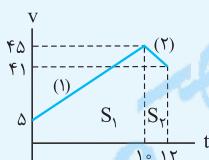
نمودار شتاب - زمان متحرکی که سرعتش در مبدأ زمان



+5 m/s است، به شکل مقابل می‌باشد، سرعت متوجه متحرک

در این 12 ثانیه، چند متر بر ثانیه است؟ (ریاضی ۹۳ - مشابه تمرین فرج)

$$13/5(1) \quad 14(2) \quad 28(4) \quad 27(3)$$



روش اول: از روی نمودار $a - t$ داده شده، نمودار $v - t$ را رسم می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} \text{معادله خط (1): } v = 4t + 5 \\ \Rightarrow (t = 10\text{ s}): \text{سرعت در } v = 4(10) + 5 = 45\text{ m/s} \\ \text{معادله خط (2): } v = -2(t - 10) + 45 \\ \Rightarrow (t = 12\text{ s}): \text{سرعت در } v = -2(12 - 10) + 45 = 41\text{ m/s} \end{cases}$$

سطح زیر نمودار که از دو ذوزنقه تشکیل شده، برابر با جایه‌جایی متحرک در مدت 12 s است.

$$\Delta x = S_1 + S_2 = \frac{(5 + 45) \times 10}{2} + \frac{(45 + 41) \times 2}{2} = 250 + 86 = 336\text{ m}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{336}{12} = 28\text{ m/s}$$

روش دوم: با استفاده از معادلات $x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ و $v = v_0 + a t$ در حرکت با شتاب ثابت، مجموع جایه‌جایی‌های

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} (4)(10)^2 + 5 \times 10 = 250\text{ m}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 10\text{ s}: v = 4(10) + 5 = 45\text{ m/s}$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2} (-2)(12 - 10)^2 + 45(12 - 10) = 86\text{ m}$$

$$\Rightarrow \Delta x_{کل} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 250 + 86 = 336\text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x_{کل}}{\Delta t} = \frac{336}{12} = 28\text{ m/s}$$



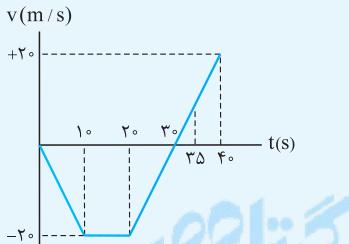
نمودار شتاب-زمان متغیری که از حال سکون روی محور x ها حرکت می‌کند، مطابق شکل

زیر است. در بازه زمانی $t_1 = 20\text{ s}$ تا $t_2 = 35\text{ s}$ ، کدام مورد درست است؟

- ۱) حرکت تندشونده است.
- ۲) حرکت کندشونده است.
- ۳) جهت حرکت یک بار تغییر می‌کند.
- ۴) متغیر در جهت محور x ها حرکت می‌کند.

گوینده ۳ «چون تمام گزینه‌های داده شده به نحوی به سرعت و جهت آن مربوط می‌شوند،

بهترین کار آن است که با توجه به نمودار $a - t$ داده شده، نمودار $v - t$ حرکت را رسم کنیم:



همان‌طور که از روی شکل پیدا است، در بازه

$t_1 = 20\text{ s}$ تا $t_2 = 35\text{ s}$ ، حرکت ابتدا کندشونده

و سپس تندشونده است. (حذف ۱ و ۲).

متغیر یک بار در لحظه $t = 30\text{ s}$ تغییر جهت

می‌دهد (درست‌بودن ۳) و تا قبل از تغییر جهت،

در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. (حذف ۴).

سقوط آزاد

سقوط آزاد حرکتی است با شتاب ثابت $g = 9.8 \text{ m/s}^2 \approx 10 \text{ m/s}^2$ که طی آن فقط نیروی وزن بر جسم اثر می‌کند.

معادله‌های سقوط آزاد بدون سرعت اولیه

همان معادلات حرکت با شتاب ثابت را با فرض $v_0 = 0$ و انجام دو تغییر $y \rightarrow -y$ و $g \rightarrow -g$ برای سقوط آزاد به کار می‌بریم:

$$\text{معادله سرعت - زمان: } v = -gt$$

$$\text{معادله مکان - زمان: } y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0$$

$$\text{معادله مستقل از زمان: } v^2 = -2g(y - y_0)$$

در حل مسائل سقوط آزاد قرارداد می‌کنیم که جهت محور y رو به بالا باشد؛ بنابراین هنگام سقوط، $y < 0$ و $\Delta y < 0$ است.

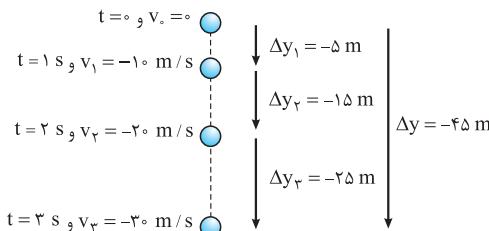
معمولًاً محل رهاشدن جسم را مبدأ مکان فرض می‌کنیم. در این صورت $y = 0$ خواهد بود. جابه‌جایی ثانیه n م: مشابه حرکت با شتاب ثابت داریم: $g = -(n - 0)\Delta y_n = -g\Delta y_n$

اگر سرعت جسم را در ابتداء و انتهای ثانیه n م حرکت داشته باشیم،

$$\Delta y_n = \frac{v_n + v_{n-1}}{2} \cdot \Delta t$$

تصاعد حسابی: در سقوط آزاد، هم سرعت‌ها و هم جایه‌جایی‌ها در ثانیه‌های متولی تشکیل تصاعد حسابی می‌دهند. این تصاعد، حل خیلی از تست‌ها را سریع تر می‌کند.

در جدول و شکل زیر می‌توانید این مطلب را با فرض $g = 10 \text{ m/s}^2$ ببینید:



Δy (m)	Δy در یک ثانیه	v متوسط (m/s)	v (m/s)	t (s)
-5	-5	-5	-10	1
-10	-15	-10	-20	2
-15	-25	-15	-30	3
-20	-35	-20	-40	4
-25	-45	-25	-50	5
-30	-55	-30	-60	6

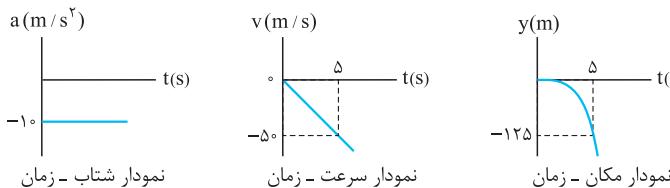
تکنیک از جدول بالا پیداست که صرفاً از جهت تساوی عددی می‌توانیم از تساوی زیر در تست‌ها استفاده کنیم:

$$\Delta y_n - \Delta y = v_n$$

نمودارهای سقوط آزاد

با فرض‌هایی که درباره سقوط آزاد کردیم ($a = -10 \text{ m/s}^2$ و $v_0 = 0$) و جهت مثبت رو به بالا،

نمودارهای سقوط آزاد به شکل زیر است:



گلوله‌ای در شرایط خلا بدون سرعت اولیه از ارتفاع h می‌شود. اگر این گلوله مسافتی را که در ثانیه آخر

حرکت طی کرده، ۳ برابر مسافتی باشد که تا قبل از آن طی کرده است، h چند متر است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

$$(1) \quad 20 \quad 25 \quad 75 \quad 80 \quad (2) \quad (3) \quad (4) \quad (5) \quad (6)$$

گزینه «۱»: روش اول: اگر نقطه رهاشدن را به عنوان مبدأ در نظر بگیریم، مکان گلوله در

$$\text{هر لحظه از رابطه } y = \frac{-1}{2}gt^2 \text{ به دست می‌آید. حالا از فرض سؤال استفاده می‌کنیم:}$$

$$y_{(t+1)} - y_t = 3y_{(t)} \Rightarrow \frac{-1}{2}g(t+1)^2 - (-\frac{1}{2}gt^2) = 3 \times \frac{-1}{2}gt^2$$

$$\xrightarrow{\div(\frac{-1}{2}g)} (t+1)^2 = 4t^2 \Rightarrow t+1 = 2t \Rightarrow t = 1 \text{ s}$$

$$y = y_{(t+1)} \Rightarrow \Delta y = \frac{-1}{2}g(t+1)^2 \xrightarrow[t=1 \text{ s}]{g=10 \text{ m/s}^2} \Delta y = \frac{-1}{2} \times 10 \times (1+1)^2$$

$$\Rightarrow \Delta y = -20 \Rightarrow h = |\Delta y| = 20 \text{ m}$$

روشن دوم: با توجه به جدول تصاعد حسابی در سقوط آزاد می‌بینیم که جایه‌جایی در ثانیه اول سقوط، $\Delta y_1 = -5 \text{ m}$ و در ثانیه دوم، $\Delta y_2 = -15 \text{ m}$ است. بنابراین، جایه‌جایی در ثانیه دوم، سه برابر جایه‌جایی ثانیه اول است و جایه‌جایی کل برابر است با:

$$\Delta y = \Delta y_1 + \Delta y_2 = -20 \text{ m}$$

فرمول‌های فصل

• **الفبای حرکت در راستای خط راست**

تندی متوسط:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$$

سرعت متوسط:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

شتتاب متوسط:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

• **تندشونده، کندشونده**

حرکت تندشونده $\Leftrightarrow v > 0$

حرکت کندشونده $\Leftrightarrow v < 0$

• **حرکت با سرعت ثابت**

معادله حرکت با سرعت ثابت:

$$x = vt + x_0$$

تبديل یکاهای سرعت:

$$\text{km/h} \xleftrightarrow[\times \frac{1}{3.6}]{\div \frac{1}{3.6}} \text{m/s}$$

• **معادلات حرکت با شتاب ثابت**

معادله سرعت - زمان:

$$v = at + v_0$$

معادله مکان - زمان:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

معادله مستقل از زمان:

$$v^2 - v_0^2 = 2a \Delta x$$

$$v_{av} = \frac{v_0 + v}{2}$$

معادله سرعت متوسط:

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t$$

معادله مستقل از شتاب:

• جابه‌جایی در ثانیه $n^{\text{ام}} - t$ ثانیه $n^{\text{ام}}$

$$\Delta x_n = (n - 0 / \Delta) a + v_0$$

$$\Delta x_{t,n} = (n - 0 / \Delta) a t^r + v_0 t$$

• سقوط آزاد (بدون سرعت اولیه)

$$v = -gt$$

معادله سرعت - زمان:

$$y = -\frac{1}{2} g t^2 + y_0$$

معادله مکان - زمان:

$$v^r = -2g(y - y_0)$$

معادله مستقل از زمان:

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

- ۲۳۵- پرندۀ‌ای که روی لبۀ ساختمان بلندی به ارتفاع 50 متر نشسته بود، ابتدا پرواز کرده و به پارساد، سپس 40 متر به سمت مشرق حرکت می‌کند و در نهایت 30 متر به سمت شمال می‌رود. جابه‌جایی کل این پرندۀ چند متر است؟

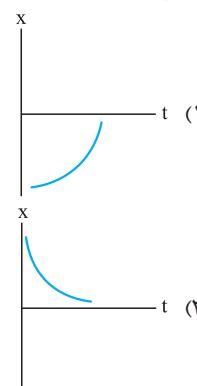
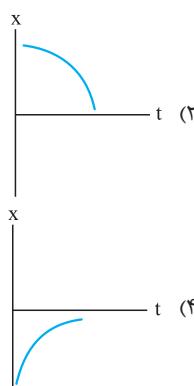
(ریاضی فارج ۹۷)

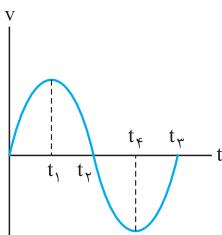
$40\sqrt{2}$ (۴) $50\sqrt{3}$ (۳) $50\sqrt{2}$ (۲) 120 (۱)

- ۲۳۶- بردار سرعت متحركی که در صفحه حرکت می‌کند، در مدت 5 ثانیه، از $\bar{v}_1 = 2\bar{i} - 5\bar{j}$ به $\bar{v}_2 = 17\bar{i} + 10\bar{j}$ می‌رسد (در SI). بزرگی شتاب متوسط در این مدت چند متر بر مربع ثانیه است؟

(ریاضی ۹۴) ۵ (۴) ۳ (۳) $5\sqrt{2}$ (۲) $3\sqrt{2}$ (۱)

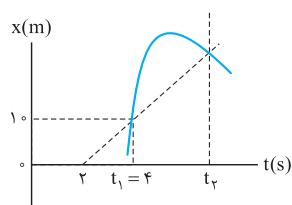
- ۲۳۷- اتومبیلی که از قسمت منفی محور X در حال حرکت به سمت مبدأ بوده، ترمز می‌گیرد. کدام نمودار می‌تواند مربوط به حرکت این اتومبیل باشد؟





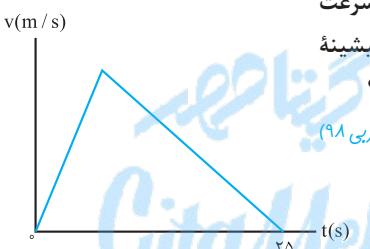
-۲۳۸- نمودار سرعت - زمان متاخرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. در بازه زمانی بین t_1 و t_2 ، حرکت متاخرک شونده و در محور x است. (تبریز ۱۶)

- (۱) کند - جهت
(۲) تند - جهت
(۳) کند - خلاف جهت
(۴) تند - خلاف جهت



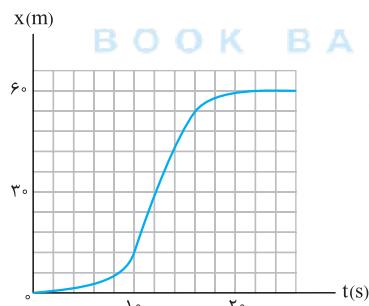
-۲۳۹- نمودار مکان - زمان متاخرکی در SI مطابق شکل رو به رو است. سرعت متوسط این متاخرک در بازه زمانی t_1 تا t_2 کدام است؟

- (۱) $+2/5$
(۲) $+5$
(۳) $-2/5$
(۴) -5



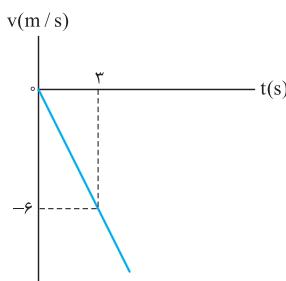
-۲۴۰- نمودار سرعت - زمان متاخرکی که در مسیری مستقیم در حرکت است، به صورت شکل روبرو است. اگر سرعت متوسط متاخرک در این ۵ s برابر 25 m/s باشد، بیشینه سرعت متاخرک در ضمن حرکت، چند متر بر ثانیه است؟ (تبریز ۹۱)

- (۱) 20
(۲) 25
(۳) 40
(۴) 50



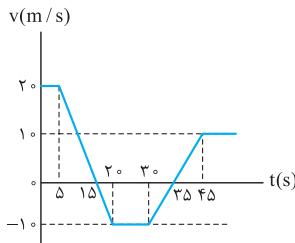
-۲۴۱- شکل مقابل، نمودار مکان - زمان متاخرکی است که در مسیری مستقیم حرکت کرده است. بیشینه سرعت آن چند متر بر ثانیه است؟ (تبریز فارج ۹۵)

- (۱) 3
(۲) 5
(۳) 7
(۴) 9



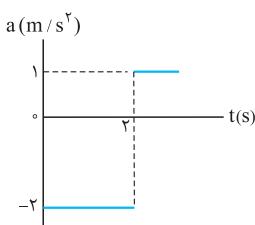
-۲۴۲- شکل رو به رو، نمودار سرعت - زمان متاخرکی است که روی محور x حرکت می‌کند. مسافتی که متاخرک در 5 ثانیه اول پیموده است، چند متر است؟ (ریاضی فارج ۹۱ - مشابه ریاضی ۹۸)

- (۱) 10
(۲) 21
(۳) 25
(۴) 29



-۲۴۳- نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل داده شده است. سرعت متوسط این متحرک در بازه $t_1 = ۵\text{ s}$ تا $t_2 = ۱۵\text{ s}$ چند برابر سرعت متوسط آن در بازه $t_3 = ۲۰\text{ s}$ تا $t_4 = ۴۵\text{ s}$ است؟

- (۱) $\frac{۱}{۳}$
 (۲) $\frac{-۱}{۳}$
 (۳) $\frac{۱}{۷}$
 (۴) $\frac{-۱}{۷}$



-۲۴۴- متحرکی از حال سکون در مسیر مستقیم به حرکت درمی‌آید و نمودار شتاب- زمان آن مطابق شکل است. در کدام لحظه (برحسب ثانیه)، جهت سرعت (تبریز قارج ۱۸۹) عوض می‌شود؟

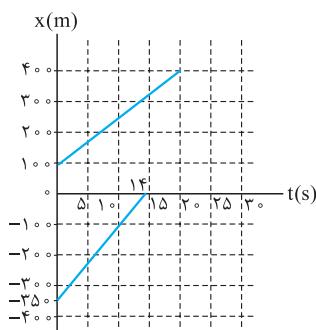
- (۱) ۲
 (۲) ۴
 (۳) ۶
 (۴) ۸

-۲۴۵- معادله‌های سرعت و شتاب متحرکی در SI به صورت $v = ۶t^2 - ۴t + ۲$ و $a = ۱۲t - ۴$ است. در کدام یک از لحظات زیر (برحسب ثانیه) اندازه سرعت متحرک در حال کاهش است؟ (ریاضی قارج ۷۶ با تفسیر)

- (۱) ۱/۵ (۴) ۰/۵ (۳) ۰/۴ (۲) ۰/۲ (۱)

-۲۴۶- دورچرخه‌سواری فاصله ۹۰ کیلومتری مستقیم بین دو شهر را در مدت $4/5$ ساعت می‌بیناید. وی با سرعت ثابت ۲۴ کیلومتر بر ساعت رکاب می‌زند؛ اما برای رفع خستگی، توقف‌هایی هم دارد. مدت کل (کلنور قدیمی)

- (۱) ۱۵ (۴) ۳۰ (۳) ۴۵ (۲) ۸۰ (۱)



-۲۴۷- نمودار مکان- زمان دو متحرک A و B که با سرعت ثابت حرکت می‌کنند مطابق شکل روبرو است. چند ثانیه پس از شروع حرکت، این دو متحرک به هم می‌رسند؟

- (۱) ۴۵
 (۲) ۵۰
 (۳) ۵۵

(۴) دو متحرک هیچ‌گاه به هم نمی‌رسند.

-۲۴۸- متحرکی بدون سرعت اولیه در مبدأ زمان از مبدأ مکان روی محور X با شتاب ثابت به حرکت درآمده و در لحظه $t = ۵\text{ s}$ به مکان $x = -122/5 \text{ m}$ رسید. بزرگی سرعت متحرک در این لحظه به چند متر بر ثانیه می‌رسد؟ (ریاضی ۹۸)

- (۱) ۱۹/۶ (۲) ۳۲/۴ (۳) ۴۵/۰ (۴) ۴۹/۰ (۴)

-۲۴۹- اتومبیلی روی یک خط راست با سرعت 10^8 km/h در حال حرکت است. راننده با دیدن مانعی در فاصله 165 m ، با شتاب ثابت s^2 ترمز می‌کند و درست جلوی مانع می‌ایستد. اگر زمان واکنش راننده t_1 و زمانی که حرکت اتومبیل کنندشونده بوده، t_2 باشد، $\frac{t_2}{t_1}$ کدام است؟ (ریاضی ۹۶)

$$20(4) \quad 15(3) \quad 10(2) \quad 5(1)$$

-۲۵۰- متحرکی در یک مسیر مستقیم با شتاب ثابت s^2 به حرکت درمی‌آید و پس از مدتی حرکتش یکنواخت می‌شود و در نهایت با شتاب s^2 حرکتش کند شده و می‌ایستد. اگر کل زمان حرکت 25 ثانیه و سرعت متوسط در این مدت 20 m/s باشد، زمانی که حرکت متحرک یکنواخت بوده است، چند ثانیه است؟ (تهری ۹۷)

$$20(4) \quad 15(3) \quad 10(2) \quad 5(1)$$

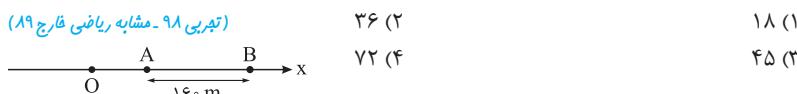
-۲۵۱- معادله مکان-زمان متحرکی در SI به صورت $x = 2t^3 + 4t - 8$ است. در فاصله زمانی 5 s تا $t_1 = 2 \text{ s}$ ، مسافتی که متحرک طی می‌کند، چند برابر اندازه جابه‌جایی آن است؟ (ریاضی فارج ۹۸)

$$2(4) \quad 1/6(3) \quad 1/5(2) \quad 1(1)$$

-۲۵۲- قطار A به طول 200 m با سرعت ثابت s^2 در حال حرکت است. قطار B به طول 225 m که روی ریل مجاور توقف کرده است، به محض این‌که قطار A کاملاً از آن عبور کرد، با شتاب ثابت s^2 در همان جهت حرکت قطار A شروع به حرکت می‌کند و سرعت خود را به 50 m/s می‌رساند و با همان سرعت، حرکت خود را ادامه می‌دهد. قطار B چند ثانیه پس از شروع حرکت، از قطار A سبقت گرفته و از کنار آن کاملاً عبور می‌کند؟ (ریاضی ۹۲)

$$10(5) \quad 80(3) \quad 82/5(2) \quad 57/5(1)$$

-۲۵۳- مطابق شکل زیر، متحرکی با شتاب ثابت s^2 روی محور x حرکت می‌کند. اگر فاصله بین دو نقطه A و B را در مدت 8 s طی کند و در نقطه O سرعتش صفر باشد، فاصله OA چند متر است؟ (تهری ۹۸ - مشابه ریاضی فارج ۱۸۹)

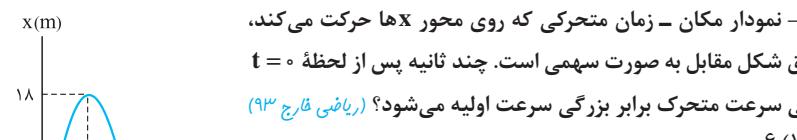


$$36(2) \quad 72(4) \quad 45(3) \quad 18(1)$$

-۲۵۴- متحرکی با شتاب ثابت و سرعت اولیه $v_0 = 2 \text{ m/s}$ در 2 s ثانیه اول حرکت خود، 13 m متر، و در 2 s ثانیه سوم حرکت خود، 25 m را طی می‌کند. شتاب حرکت در SI کدام است؟ (تهری ۹۱)

$$5(4) \quad 3(3) \quad 2/5(2) \quad 1/5(1)$$

-۲۵۵- نمودار مکان-زمان متحرکی که روی محور x ها حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل به صورت سه‌می است. چند ثانیه پس از لحظه $t = 0$ بزرگی سرعت متحرک برابر بزرگی سرعت اولیه می‌شود؟ (ریاضی فارج ۹۳)

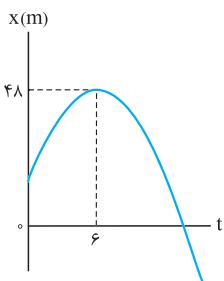


$$6(1)$$

$$7(2)$$

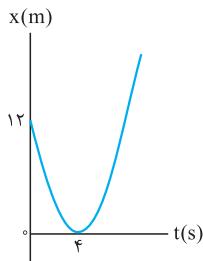
$$8(3)$$

$$9(4)$$



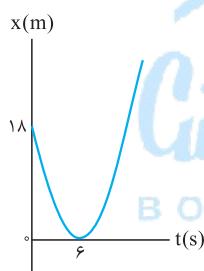
-۲۵۶- نمودار مکان- زمان متوجهی که روی محور X حرکت می کند، مطابق شکل مقابل، به صورت سه‌می است. اگر مسافت طی شده توسط متوجه در بازه زمانی $t = ۳$ s تا $t = ۹$ s برابر ۱۲ متر باشد، جایه‌جایی متوجه در این بازه چند متر است؟
(ریاضی ۹۳)

- (۱) صفر
(۲) ۳
(۳) ۶
(۴) ۱۲



-۲۵۷- مطابق شکل مقابل، نمودار مکان- زمان متوجهی به صورت سه‌می است. سرعت متوجه در لحظه $t = ۸$ s $t = ۸$ s چند متر بر ثانیه است?
(ریاضی ۹۱)

- (۱) ۳
(۲) ۴
(۳) ۶
(۴) ۱۲



-۲۵۸- مطابق شکل روبرو، نمودار مکان- زمان متوجهی به صورت یک سه‌می است. شتاب حرکت چند متر بر مجدور ثانیه است؟
(ریاضی فارج ۹۱)

- (۱) ۳
(۲) ۱۲
(۳) -۱
(۴) -۳

-۲۵۹- متوجهی روی محور X حرکت می کند و معادله مکان- زمان آن در SI به صورت $x = -2t^2 + 12t - 40$ است. مسافتی که این متوجه در بازه زمانی صفر تا $t = ۵$ s طی می کند، چند متر است؟
(ریاضی فارج ۹۳)

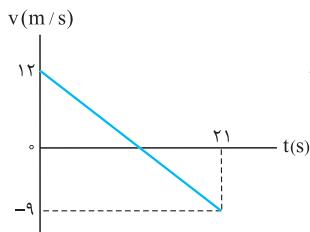
- (۱) ۱۰
(۲) ۱۵
(۳) ۲۴
(۴) ۲۶

-۲۶۰- معادله سرعت- زمان متوجهی که بر یک مسیر مستقیم حرکت می کند، در $v = -4t - 4$ m/s است. این متوجه در لحظه $t = ۰$ از مکان $x = -3$ m عبور می کند. معادله مکان- زمان متوجه کدام است؟

- (۱) $-2t^2 + 3$
(۲) $-4t^2 + 3$
(۳) $-4t^2 - 3$
(۴) $-2t^2 - 3$

-۲۶۱- متوجهی روی محور X با شتاب ثابت در حرکت است و در مبدأ زمان با سرعت $v = +3$ m/s از مکان $m = +4$ m می گذرد. اگر متوجه در لحظه $t = ۴$ s در جهت مثبت محور X ها در بیشترین فاصله خود از مبدأ باشد، در لحظه $t = ۸$ s در چند متری مبدأ خواهد بود؟
(ریاضی فارج ۹۰)

- (۱) ۴
(۲) ۶
(۳) ۸
(۴) ۱۲



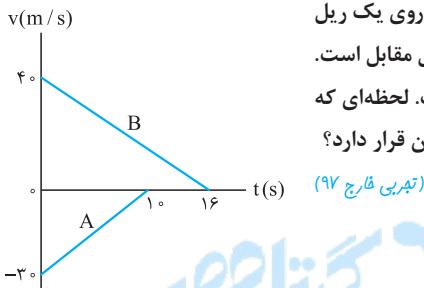
۲۶۲- نمودار سرعت- زمان متخرکی که روی محور X ها حرکت می کند، مطابق شکل رو به رو است. بزرگی جابه جایی متخرک در فاصله زمانی $t = 12\text{ s}$ تا $t = 6\text{ s}$ چند متر است؟ (تبریز ۹۳)

۱۲ (۱)

۱۸ (۲)

۲۲ / ۵ (۳)

۳۲ / ۵ (۴)



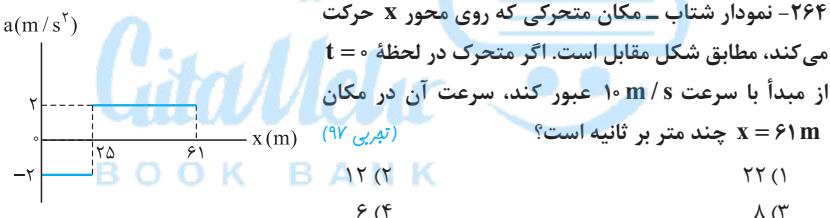
۲۶۳- نمودار سرعت- زمان دو قطار A و B که روی یک ریل مستقیم به طرف هم حرکت می کنند، مطابق شکل مقابل است. در لحظه $t = 0$ فاصله قطارها از هم 500 m است. لحظه ای که قطار A می ایستد، قطار B در چه فاصله ای از آن قرار دارد؟ (تبریز فارج ۹۷)

۲۵ (۱)

۷۵ (۲)

۱۰۰ (۳)

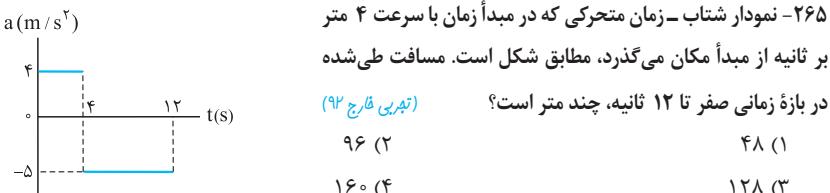
۱۲۵ (۴)



۲۶۴- نمودار شتاب- مکان متخرکی که روی محور X حرکت می کند، مطابق شکل مقابل است. اگر متخرک در لحظه $t = 0$ از مبدأ با سرعت 10 m/s عبور کند، سرعت آن در مکان $x = 61\text{ m}$ چند متر بر ثانیه است؟ (تبریز ۹۷)

۲۲ (۱)

۸ (۳)



۲۶۵- نمودار شتاب- زمان متخرکی که در مبدأ زمان با سرعت 4 m/s بر ثانیه از مبدأ مکان می گذرد، مطابق شکل است. مسافت طی شده در بازه زمانی صفر تا 12 ثانیه، چند متر است؟ (تبریز فارج ۹۷)

۴۸ (۱)

۹۶ (۲)

۱۲۸ (۳)

۲۶۶- اگر گلوله کوچکی در شرایط خلا بدون سرعت اولیه سقوط کند و $g = 10\text{ m/s}^2$ باشد، اندازه سرعت متوسط گلوله در 3 ثانیه اول سقوط چند متر بر ثانیه است؟ (کنکور قدیمی)

۳۰ (۴)

۲۰ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

۲۶۷- گلوله A از ارتفاع 70 m سطح زمین رها می شود. $1/5\text{ s}$ بعد گلوله B از همان نقطه رها می شود. 2 s پس از رهاشدن گلوله B ، فاصله دو گلوله از هم چند متر است؟ (از مقاومت هوای صرف نظر شود و $g = 10\text{ m/s}^2$)

۴۱ / ۲۵ (۴)

۳۰ (۳)

۲۰ (۲)

۱۱ / ۲۵ (۱)

۲۶۸- دو گلوله در شرایط خلاً به فاصله زمانی 5 s از یک نقطه بالای زمین رها می‌شوند. چند ثانیه پس از رهاسدن گلوله اول، فاصله دو گلوله به 75 m می‌رسد؟ (ریاضی ۱۹)

$$4/5(4) \quad 4(3) \quad 3(2) \quad 2/5(1)$$

۲۶۹- گلوله‌ای در شرایط خلاً از ارتفاع h رها می‌شود و در لحظه‌ای که به 50 m از سطح زمین می‌رسد، سرعتش s/s^2 می‌شود. این گلوله چند ثانیه پس از رهاسدن به زمین می‌رسد؟ ($g = 10\text{ m/s}^2$)

$$6/5(4) \quad 5(3) \quad 3/5(2) \quad 2(1)$$

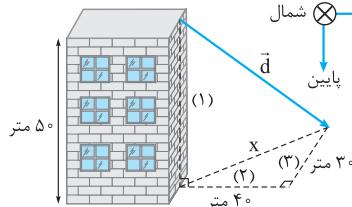
۲۷۰- فاصله از لب یک چاه تا سطح آب درون آن 45 m متر است. شخصی سنگی را از لب چاه رها می‌کند و صدای برخورد سنگ با آب را می‌شنود. فاصله بین پرتتاب سنگ و شنیدن صدا تقریباً چند ثانیه است؟ ($g = 10\text{ m/s}^2$ ، مقاومت هوا ناچیز و سرعت صوت در هوا 340 m/s است). (تهریی ۹۰ با تغییر)

$$3/1(4) \quad 2/6(3) \quad 2/1(2) \quad 1/8(1)$$





پاسخ‌نامه‌تشریحی



$$x = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ m} \Rightarrow d = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2} \text{ m}$$

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{(17\vec{i} + 10\vec{j}) - (2\vec{i} - 5\vec{j})}{5} = \frac{(15\vec{i} + 15\vec{j})}{5}$$

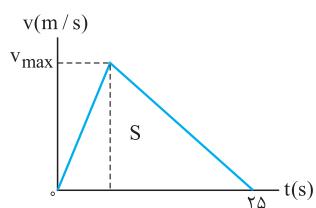
$$\Rightarrow \vec{a}_{av} = 3\vec{i} + 3\vec{j} \Rightarrow |a_{av}| = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{3^2 \times 2} = 3\sqrt{2} \text{ m/s}^2$$

اتومبیل در قسمت منفی محور X حرکت می‌کند
(حذف ۲ و ۳). هنگامی که اتومبیل ترمز می‌گیرد، تندی آن (شیب مماس بر نمودار $x - t$) کاهش می‌یابد. در ۲ شیب مماس در حال کاهش است.

در نمودار $v - t$ در وقت نمودار به محور t نزدیک شود، یعنی اندازه سرعت در حال کم شدن است. در بازه t_1 تا t_2 نمودار به محور t نزدیک شده و حرکت کندشونده است. چون این قسمت از نمودار، بالای محور t قرار دارد، پس در این بازه سرعت مثبت است و متحرک در جهت محور X حرکت می‌کند.

سرعت متوسط در بازه t_1 تا t_2 برابر شیب خط واصل دو نقطه متناظر این زمان‌ها در نمودار است. این خط (خط‌چین)، امتداد خطی است که از $t = 2 \text{ s}$ شروع می‌شود؛ پس اگر شیب خط‌چین را در بازه 2 s تا 4 s پیدا کنیم، سرعت متوسط در بازه t_1 تا t_2 را پیدا کرده‌ایم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10 - 0}{4 - 2} = +5 \text{ m/s}$$



می‌دانیم که جایه‌جایی متحرک برابر سطح زیر نمودار $t - v$ است. پس برای نمودار رویرو داریم:

$$\Delta x = S = \frac{v_{max} \times 2s}{2} = \frac{2s}{2} v_{max}$$

همچنین طبق فرمول سرعت متوسط ($v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$) داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 10 = \frac{\frac{2s}{2} v_{max}}{(2s - 0)} \Rightarrow v_{max} = 20 \text{ m/s}$$

تکنیک در نمودارهای این شکلی (مثلثی) همیشه سرعت متوسط برابر نصف سرعت پیشینه است.

۲۳۵- گزینه «۲»

شكل مقابل است. ابتدا مسیرهای (۱) و (۳) را در نظر گرفته و با قضیه فیثاغورس، x را حساب می‌کنیم. بعد همین کار را برای X و مسیر (۱) انجام می‌دهیم تا طول \bar{d} به دست آید.

۲۳۶- گزینه «۱»

$$\Rightarrow \vec{a}_{av} = 3\vec{i} + 3\vec{j} \Rightarrow |a_{av}| = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{3^2 \times 2} = 3\sqrt{2} \text{ m/s}^2$$

۲۳۷- گزینه «۴»

(حذف ۲ و ۳). هنگامی که اتومبیل ترمز می‌گیرد، تندی آن (شیب مماس بر نمودار $x - t$) کاهش می‌یابد. در ۲ شیب مماس در حال کاهش است.

۲۳۸- گزینه «۱»

در نمودار $v - t$ در بازه t_1 تا t_2 نمودار به محور t نزدیک شود، یعنی اندازه سرعت در حال کم شدن است. در بازه t_1 تا t_2 نمودار به محور t نزدیک شده و حرکت کندشونده است.

۲۳۹- گزینه «۲»

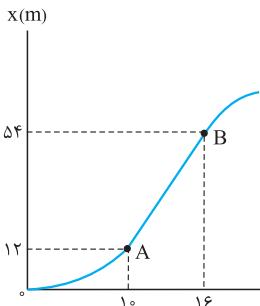
زمان‌ها در نمودار است. این خط (خط‌چین)، امتداد خطی است که از $t = 2 \text{ s}$ شروع می‌شود؛ پس اگر شیب خط‌چین را در بازه 2 s تا 4 s پیدا کنیم، سرعت متوسط در بازه t_1 تا t_2 را پیدا کرده‌ایم:

۲۴۰- گزینه «۱»

سطح زیر نمودار $t - v$ است. پس برای نمودار رویرو داریم:

$$\Delta x = S = \frac{v_{max} \times 2s}{2} = \frac{2s}{2} v_{max}$$

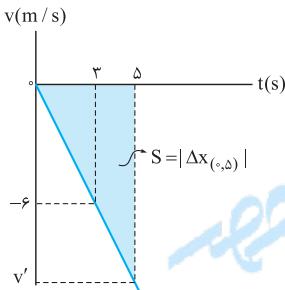
همچنین طبق فرمول سرعت متوسط ($v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$) داریم:



شیب مماس بر نمودار، از ابتدای حرکت تا نقطه A افزایش می‌باید (حرکت تندشونده). از نقطه A تا B شیب ثابت است (سرعت ثابت) و از نقطه B به تدریج کاهش می‌باید (حرکت کندشونده). بنابراین، بیشترین سرعت متحرك بین A تا B بوده و شیب پاره خط AB بیشینه سرعت متحرك است:

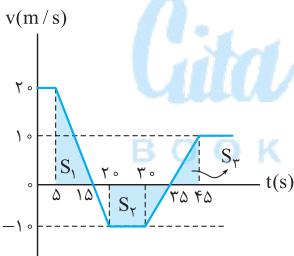
$$v_{AB} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{54 - 12}{16 - 10} = 7 \text{ m/s}$$

هر یک از خانه‌های محور X معادل 6 m و هر یک از خانه‌های محور t معادل 2 s است.



در نمودار روبه‌رو، مسافت طی شده توسط متحرك در 5 ثانية اول برابر با سطح زیر نمودار در این بازه زمانی است. پس ابتدا باید اندازه $'7'$ را پیدا کنیم و بعد مساحت S را محاسبه نماییم:

$$\begin{aligned} \frac{|v'|}{|t'|} &= \frac{6}{5} \Rightarrow |v'| = 10 \text{ m/s} \\ |\Delta x_{(0,5)}| &= S = \frac{5 \times 10}{2} = 25 \text{ m} \end{aligned}$$



سطح زیر نمودار $v-t$ برابر جایه‌جایی است. سطح زیر نمودار را در بازه‌های داده شده به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \text{بازه } (15 \text{ s} \text{ تا } 5 \text{ s}) &: S_1 = \frac{(15 - 5) \times 20}{2} = 100 \\ \Rightarrow v_{av_1} &= \frac{S_1}{\Delta t} = \frac{100}{10} = 10 \text{ m/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (45 \text{ s} \text{ تا } 20 \text{ s}): S_2 + S_3 &= [((30 - 20) \times (-1))] + \left[\frac{(35 - 30) \times (-1)}{2} \right] + \left[\frac{(45 - 35) \times 1}{2} \right] \\ &= -100 - 25 + 50 = -75 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow v_{av_2} = \frac{S_2 + S_3}{\Delta t} = \frac{-75}{45 - 20} = -3 \text{ m/s} \Rightarrow \frac{v_{av_1}}{v_{av_2}} = \frac{10}{3}$$

مطابق نمودار، شتاب ثابت منفی باعث می‌شود که متحرك به سمت X های منفی سرعت گرفته و سرعتش افزایش یابد. با مثبت شدن شتاب، سرعت متحرك کاهش می‌باید تا سرعت صفر شده و پس از آن، جهت سرعت به سمت مثبت تغییر کند. لحظه تغییر جهت سرعت، لحظه‌ای است که سرعت صفر می‌شود. برای پیدا کردن این لحظه باید بینیم در کدام لحظه، اندازه Δv_2 (تغییر سرعت در حرکت تندشونده) با اندازه Δv_1 (تغییر سرعت در حرکت کندشونده) برابر می‌شوند.



$$\text{سطح زیر نمودار } a - t \text{ برابر است با } \Delta v. \text{ بنابراین:} \\ |\Delta v_1| = |\Delta v_2| \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} |\Delta v_1| = |-2 \times 2| = 4 \text{ m/s} \\ |\Delta v_2| = |1 \times (t-2)| = 4 \text{ m/s} \end{array} \right\} \Rightarrow t-2=4 \Rightarrow t=6 \text{ s}$$

اندازه سرعت متحرک در حرکت کندشونده در حال کاهش است. شرط کندشونده بودن حرکت این است که $a < 0$; پس باید معادله‌های v و a را تعیین علامت کنیم:
 معادله v ریشه ندارد؛ چون $0 = B^2 - 4AC = 16 - 48 = -32 < 0$.
 این معادله همواره مثبت است. در نتیجه حرکت وقتی کندشونده است که a منفی باشد.

t	$t < \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$t > \frac{1}{3}$
a	-	+	+

به ازای t ‌های کوچک‌تر از $\frac{1}{3}$ ، حرکت کندشونده است. در بین گزینه‌های داده شده فقط ۱ از s کوچک‌تر است.

در گام اول، محاسبه می‌کنیم که اگر دوچرخه‌سوار بدون توقف رکاب می‌زد، چند ساعت طول می‌کشد تا به مقصد برسد:

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{90 \text{ km}}{24 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 3.75 \text{ h}$$

اختلاف این زمان با زمانی که دوچرخه‌سوار در راه بوده، زمان توقف او را مشخص می‌کند:
 $\Delta t' = 4 / 5 - 3 / 25 = 0 / 75 \text{ h} = 0 / 75 \times 60 \text{ min} = 45 \text{ min}$

گام اول شب نمودار $x - t$ (سرعت) را برای A و B به دست می‌آوریم:

$$v_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t} = \frac{40 - 10}{2} = 15 \text{ m/s}, \quad v_B = \frac{\Delta x_B}{\Delta t} = \frac{0 - (-35)}{14} = 25 \text{ m/s}$$

گام دوم معادله مکان - زمان دو متحرک را می‌نویسیم و آن‌ها را مساوی قرار می‌دهیم. با محاسبه t در این حالت، زمان تلاقی دو متحرک به دست می‌آید:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_A = 15t + 10 \\ x_B = 25t - 35 \end{array} \right\} \Rightarrow 15t + 10 = 25t - 35 \Rightarrow 10t = 45 \Rightarrow t = 4.5 \text{ s}$$

در این حرکت شتاب ثابت که متحرک در لحظه $= 0$ در مکان $= 0$ بوده است، سرعت اولیه، زمان حرکت و جابه‌جایی را داریم و بزرگی سرعت نهایی را می‌خواهیم؛ پس از آن جایی که شتاب نه داده و نه خواسته شده است، از رابطه مستقل از شتاب به جواب می‌رسیم:

$$\frac{v_0 + v}{2} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{0 + v}{2} = \frac{-122 / 5 - 0}{5 - 0} \Rightarrow v = -49 \text{ m/s} \Rightarrow |v| = 49 \text{ m/s}$$

۲۴۹- گزینه «۴»

رانتنده در مدت t_1 (زمان واکنش رانتنده نسبت به مانع)، مسافت x_1 را با سرعت ثابت 30 m/s طی کرده است، سپس در مدت زمان t_2 مسافت x_2 را با شتاب ثابت $a = -3 \text{ m/s}^2$ طی کرده تا سرعت نهایی اتومبیل به صفر برسد. کل مسافتی که اتومبیل طی کرده برابر $x = x_1 + x_2 = 165 \text{ m}$ است، حال با توجه به نوع حرکت اتومبیل در هر مرحله می‌توان نوشت:

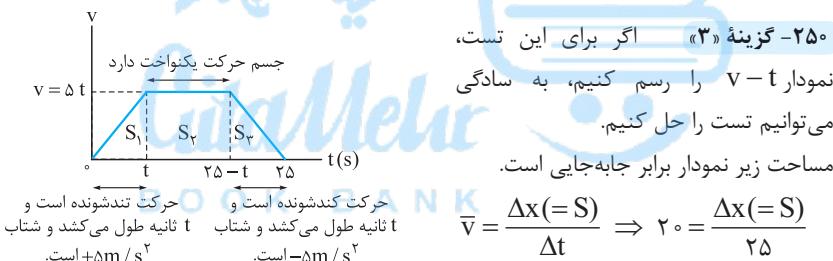
حرکت در مرحله دوم:

$$\left\{ \begin{array}{l} v = at + v_0 \xrightarrow[a = -3 \text{ m/s}^2 \text{ و } t = t_2]{v_0 = 30 \text{ m/s} \text{ و } v = 0} \Rightarrow 0 = -3 \times t_2 + 30 \Rightarrow t_2 = 10 \text{ s} \\ \text{بنابراین ۱۰ ثانیه بعد از ترمزگرفتن اتومبیل متوقف می‌شود.} \\ \Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \xrightarrow[a = -3 \text{ m/s}^2 \text{ و } \Delta x = x_2]{t = t_2 = 10 \text{ s} \text{ و } v_0 = 30 \text{ m/s}} x_2 = \frac{1}{2} \times (-3) \times 10^2 + 30 \times 10 \\ \Rightarrow x_2 = 150 \text{ m} \end{array} \right.$$

$$x = x_1 + x_2 \Rightarrow 165 = x_1 + 150 \Rightarrow x_1 = 15 \text{ m}$$

حرکت در مرحله اول:

$$\Delta x = vt \xrightarrow[v = 30 \text{ m/s}]{\Delta x = x_1 \text{ و } t = t_1} 15 = 30 \times t_1 \Rightarrow t_1 = 0.5 \text{ s} \xrightarrow[t_2 = 10 \text{ s}]{t_1 = 0.5 \text{ s}} \frac{t_2}{t_1} = 20$$



۲۵۰- گزینه «۳» اگر برای این تست، نمودار $v-t$ را رسم کنیم، به سادگی می‌توانیم تست را حل کنیم.

مساحت زیر نمودار برابر جابه‌جایی است.

$$\bar{v} = \frac{\Delta x(S)}{\Delta t} \Rightarrow 20 = \frac{\Delta x(S)}{25} \Rightarrow \Delta x(S) = 20 \times 25$$

$$\text{مساحت زیر نمودار } S = S_1 + S_2 + S_3 = 0.5t^2 + (25-2t)5t + 0.5(25-t)^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 0.5 \text{ s} & \checkmark \\ t = 20 \text{ s} & \times \end{cases}$$

با این حساب S_2 منفی می‌شود که غیرقابل قبول است.

متاخر به مدت $25 - 2t$ ثانیه حرکت یکنواخت داشته است:

۲۵۱- گزینه «۱» چون معادله از نوع درجه ۲ است، می‌توانیم بگوییم متاخر در لحظه

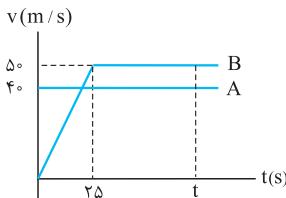
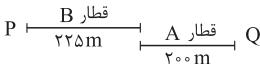
$$t' = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4A}}{2A} = -1 \text{ s}$$

منفی شدن t' نشانه این است که متاخر تغییر جهت نداده است؛ پس مسافت طی شده (ℓ) برابر اندازه جابه‌جایی ($|\Delta x|$) است و داریم:

$$\Rightarrow \ell = |\Delta x| \Rightarrow \frac{\ell}{|\Delta x|} = 1$$



قطار B هنگامی از قطار A سبقت می‌گیرد که نقطه P از نقطه Q عبور کند. یعنی باید زمانی را پیدا کنیم که طی آن، قطار B به اندازه مجموع طول دو قطار $(225 + 200 = 425 \text{ m})$ ، بیشتر از قطار A حرکت کند.



نمودارهای سرعت - زمان دو متحرک را رسم می‌کنیم:

فرض می‌کنیم در لحظه t ، جابه‌جایی قطار B به اندازه 425 m بیشتر از جابه‌جایی قطار A است (یعنی همان مقداری که لازم است تا P از Q عبور کند). سطح زیر هر نمودار، برابر جابه‌جایی آن قطار است.

$$\text{در لحظه } t: \Delta x_B - \Delta x_A = S_B - S_A = 425 \text{ m} \Rightarrow S_A = 40t$$

$$S_B = \left[\frac{t + (t - 25)}{2} \right] \times 50 = 50t - 625 \Rightarrow (50t - 625) - (40t) = 425$$

$$\Rightarrow 10t - 625 = 425 \Rightarrow 10t = 1050 \Rightarrow t = 105 \text{ s}$$

این تست را می‌توان با روش‌های دیگری نیز حل کرد.

کافی است فرمول جابه‌جایی - زمان حرکت شتاب ثابت $(\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t)$ **۲- گزینه ۲»**

را یک بار برای جابه‌جایی OA و یک بار هم برای جابه‌جایی OB بنویسیم و سپس با توجه به این که فاصله AB را داریم، مسئله را حل کنیم:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \xrightarrow{\Delta x_1 = \overline{OA}, v_0 = 0} \overline{OA} = \frac{1}{2} \times 2 \times t^2 + 0 = t^2$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2}a(t+\lambda)^2 + v_0(t+\lambda) \xrightarrow{\Delta x_2 = \overline{OB}, v_0 = 0} \overline{OB} = \frac{1}{2} \times 2 \times (t+\lambda)^2 + 0 = t^2 + 16t + 64$$

حالا با توجه به شکل رو به رو داریم:

$$\overline{OB} - \overline{OA} = 16 \Rightarrow (t^2 + 16t + 64) - t^2 = 16$$

$$\Rightarrow 16t + 64 = 16 \xrightarrow{\div 16} t + 4 = 1 \Rightarrow t = 6 \text{ s}$$

$\overline{OA} = t^2 = (6)^2 = 36 \text{ m}$ تست، فاصله \overline{OA} را می‌خواهد:

روش اول: متحرک در دو ثانیه اول به اندازه Δx_1 و در دو ثانیه سوم (از $t = 6 \text{ s}$ تا $t = 4 \text{ s}$) به اندازه Δx_2 جابه‌جا شده است.

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 13 = \frac{1}{2}a(2)^2 + v_0(2) \Rightarrow 13 = 2a + 2v_0. \quad (\text{I})$$

$$\Delta x_2 = x_6 - x_4 = \left[\frac{1}{2}a(6)^2 + v_0(6) + x_0 \right] - \left[\frac{1}{2}a(4)^2 + v_0(4) + x_0 \right]$$

$$\Rightarrow 25 = 10a + 2v_0. \quad (\text{II})$$

۱- گزینه ۱»

$$\xrightarrow{(II)-(I)} ۱۲ = \lambda a \Rightarrow a = \frac{۱۲}{\lambda} = \frac{۳}{۲} = ۱/۵ \text{ m/s}^2$$

$$at^2 = \frac{\Delta x_{t,n} - \Delta x_{t,m}}{n-m} \Rightarrow a(t)^2 = \frac{\Delta x_{۲,۳} - \Delta x_{۱,۲}}{۳-۱} \Rightarrow ۴a = \frac{۲۵-۱۳}{۲} = ۶ \Rightarrow a = \frac{۶}{۴} = ۱/۵ \text{ m/s}^2$$

روش دوم: سهمی داده شده نسبت به $t = ۴ \text{ s}$ متقارن است. بنابراین، اندازه شیب مماس بر نمودار در لحظه $t = ۰$ با اندازه شیب نمودار در لحظه $t = ۸ \text{ s}$ برابر است. این اندازه ها همان بزرگی سرعت متحرک است.

با توجه به تقارن سهمی و این که سهمی داده شده نسبت به $t = ۶ \text{ s}$ متقارن است، به راحتی می توان فهمید که مکان متحرک در لحظه های ۳ s و ۹ s یکسان است. زیرا این دو نقطه نسبت به $t = ۶ \text{ s}$ متقارن هستند. از روی شکل هم پیدا است که $x_{t=۹ \text{ s}} = x_{t=۳ \text{ s}}$ و جابه جایی متحرک در این بازه صفر است. توضیح شکل مقابل: چون مسافت طی شده از ۳ s تا ۹ s برابر ۱۲ m بوده و حرکت متقارن است، پس متحرک از ۳ s تا ۶ s به اندازه ۶ m را طی کرده است: $۴۲ \text{ m} = ۶ \times ۷ \text{ m}$.

۲۵۷- گزینه «۳» به نمودار نگاه کنید. در لحظه ۴ s شیب نمودار مکان - زمان صفر است؛ پس در این لحظه سرعت هم برابر صفر است. به راحتی به کمک رابطه مستقل از شتاب $\frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ (برای بازه زمانی $۴ \text{ s}, ۸ \text{ s}$) به جواب می رسیم:

$$\frac{v(۴) + v(۸)}{2} = \frac{\Delta x_{(۴,۸)}}{\Delta t} \Rightarrow \frac{۰ + v(۸)}{2} = \frac{۱۲-۰}{۸-۴} \Rightarrow v(۸) = ۶ \text{ m/s}$$

با توجه به نمودار، سرعت متحرک در لحظه $t = ۶ \text{ s}$ صفر است و جابه جایی متحرک در بازه ۶ s تا ۱۲ s برابر ۱۲ m است؛ پس برای بازه $(۶ \text{ s}, ۱۲ \text{ s})$ داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a (\Delta t_{(۶, ۱۲)})^2 + v(۶) \Delta t_{(۶, ۱۲)}$$

$$\Rightarrow ۱۸ = \frac{1}{2} a (۱۲-۶)^2 + ۰ \Rightarrow a = ۱ \text{ m/s}^2$$

تکنیک می توانیم برای بازه $(۰, ۶ \text{ s})$ حرکت را برعکس کنیم تا سرعت اولیه برابر صفر شود. در این

$$\Delta x = \frac{1}{2} a' t^2 \Rightarrow -۱۸ = \frac{1}{2} a' t^2 \Rightarrow a' = -1 \text{ m/s}^2$$

صورت داریم:



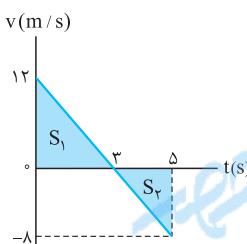
چون حرکت را برعکس کرده‌ایم علامت شتاب منفی شده، پس شتاب حرکت برابر $a = 1 \text{ m/s}^2$ است.
با توجه به این که تغیر سهمی رو به بالاست، علامت شتاب حتماً مثبت است. یعنی با یک نگاه می‌توانیم بگوییم ۲ و ۴ غلط‌اند.

گام اول از روی معادله مکان - زمان داده شده، معادله سرعت - زمان را به

«۲۵۹ - گزینه ۴»

دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x = -2t^2 + 12t - 4 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a = -2 \Rightarrow a = -4 \text{ m/s}^2 \\ v_0 = 12 \text{ m/s} \end{cases} \xrightarrow{v = at + v_0} v = -4t + 12$$



گام دوم نمودار v - t را رسم می‌کنیم.

مسافت طی شده در ۳ ثانیه اول S_1 =

مسافت طی شده در بازه زمانی 3 s تا $t = 5 \text{ s}$ $|S_2| = t = 5 \text{ s}$

$$S_1 = \frac{12 \times 3}{2} + \frac{(5-3) \times 8}{2} = 18 + 8 = 26 \text{ m}$$

گام اول با مقایسه معادله سرعت - زمان داده شده با معادله سرعت - زمان در

«۲۶۰ - گزینه ۴»

حرکت با شتاب ثابت، شتاب و سرعت اولیه را تعیین می‌کنیم:

$$\begin{cases} v = at + v_0 \\ v = -4t \end{cases} \Rightarrow a = -4 \text{ m/s}^2 \text{ و } v_0 = 0$$

گام دوم a و v_0 را در معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت قرار می‌دهیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}(-4)t^2 + (0)t - 3 \Rightarrow x = -2t^2 - 3$$

معادله x - t در حرکت با شتاب ثابت را نوشته و با توجه به داده‌های مسئله،

«۲۶۱ - گزینه ۱»

مقادیر v_0 و x_0 را در آن جای‌گذاری می‌کنیم:

این تابع معادله سهمی است و در نقطه رأس سهمی بیشترین مقدار را دارد. این بیشترین مقدار به ازای

$t = 4 \text{ s}$ اتفاق می‌افتد. در این لحظه، سرعت متحرک صفر می‌شود:

$$v = at + 3 = 0 \xrightarrow{t=4 \text{ s}} 4a + 3 = 0 \Rightarrow a = \frac{-3}{4} \text{ m/s}^2$$

حالا می‌توانیم معادله $x - t$ این حرکت را به طور کامل نوشته و با قراردادن $t = 4 \text{ s}$ در آن، مکان

$$x = \frac{-3}{4}t^2 + 3t + 4 \xrightarrow{t=4 \text{ s}} x = \frac{-3}{4}(4)^2 + 3(4) + 4 = 4 \text{ متر} \quad \text{متحرک را به دست آوریم:}$$

۲۶۲- گزینه «۲»

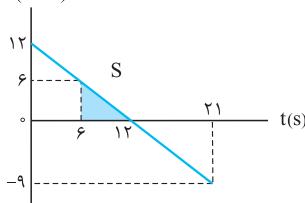
با توجه به نمودار داده شده، شیب آن را که همان شتاب ثابت حرکت است

$$a = \frac{-9 - 12}{21 - 0} = \frac{-21}{21} = -1 \text{ m/s}^2$$

تعیین می کنیم:

حالا می توانیم سرعت متحرک در لحظه های $t = 6 \text{ s}$ و $t = 12 \text{ s}$ را به دست آوریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -t + 12 \Rightarrow \begin{cases} (t = 6 \text{ s}): v = -6 + 12 = 6 \text{ m/s} \\ (t = 12 \text{ s}): v = -12 + 12 = 0 \end{cases}$$



بزرگی جابه جایی متحرک در زمان خواسته شده برابر است با مساحت قسمت رنگ شده در شکل مقابل:

$$S = \frac{(12 - 6) \times 6}{2} = 18 \text{ m}$$

در لحظه $t = 10 \text{ s}$ قطار A می ایستد، پس جابه جایی هر دو قطار را لحظه

محاسبه می کنیم: $t = 10 \text{ s}$

ابتدا جابه جایی قطار B را تا لحظه $t = 10 \text{ s}$ به دست می آوریم. برای این کار نیاز به شتاب قطار B داریم:

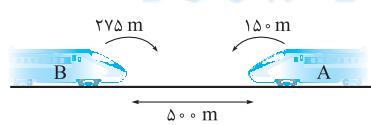
$$a_B = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{-40 - 10}{16 - 0} = -2.5 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta x_B = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t = \frac{1}{2} \times (-2.5) \times 100 + 40 \times 10 = 275 \text{ m}$$

حالا جابه جایی قطار A را به کمک سطح زیر نمودار محاسبه می کنیم:

$$\Delta x_A = -\frac{30 \times 10}{2} = -150 \text{ m}$$

یعنی جهت حرکت قطار A و B مخالف یکدیگر است. به شکل مقابل توجه کنید.
پس فاصله قطار B از قطار A به سادگی محاسبه می شود:



$500 - 275 - 150 = 75 \text{ m}$ = مقدار مسافتی که به هم نزدیک شدند - فاصله اولیه

نموداری که در این تست معرفی شده است نمودار x - a است؛ یعنی شتاب - مکان. به فرمول مستقل از زمان $x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ توجه کنید. عبارت $a \Delta x$ همان مساحت زیر نمودار در نمودار شتاب - مکان است.

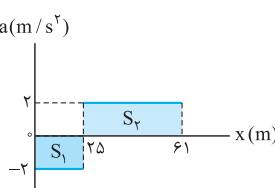
(مساحت مستطیل های رنگ شده = طول(Δx) \times عرض(a))

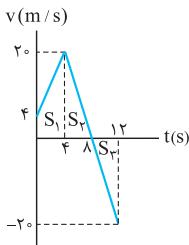
$$S_1 + S_2 = -50 + 36 \times 2 = 22 = a \Delta x$$

$$v^2 - v_0^2 = 2 a \Delta x$$

مساحت زیر نمودار

$$v^2 - 100 = 2 \times 22 \Rightarrow v^2 = 144 \Rightarrow v = 12 \text{ m/s}$$





نمودار $a-t$ داده شده نشان می‌دهد که متحرک، دو حرکت با شتاب‌های ثابت ولی متفاوت را انجام داده است. با استفاده از نمودار $a-t$ ، نمودار $v-t$ را رسم می‌کنیم. نمودار $v-t$ این متحرک از دو خط با شیب‌های $+4$ و -5 تشکیل می‌شود:

$$v_1 = a_1 t_1 + v_0 = 4 \times 4 + 4 = 20 \text{ m/s}$$

$$v_2 = a_2 t_2 + v_1 = -5 \times (12 - 4) + 20 = -20 \text{ m/s}$$

$$S_1 = \frac{(4+20) \times 4}{2} = 48 \quad , \quad S_2 = \frac{(8-4) \times 20}{2} = 40$$

$$|S_3| = \frac{(12-8) \times 20}{2} = 40 \Rightarrow S_1 + S_2 + |S_3| = 128 \text{ m}$$

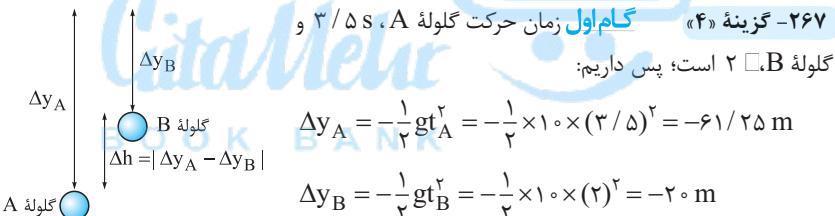
روش اول: حرکت سقوط آزاد، یک حرکت با شتاب ثابت است و می‌توانیم

سرعت متوسط را به شکل زیر به دست آوریم:

$$v_{av} = \frac{v_0 + v}{2} = \frac{0 - gt}{2} = \frac{-10 \times 3}{2} = -15 \text{ m/s} \Rightarrow |v_{av}| = 15 \text{ m/s}$$

روش دوم: می‌دانیم که جابه‌جایی گلوله در ۳ ثانیه اول برابر است با:

$$\Rightarrow |v_{av}| = \frac{|\Delta y|}{\Delta t} = \frac{45}{3} = 15 \text{ m/s}$$



گام دوم مطابق شکل رو به رو، فاصله دو گلوله از هم (Δh)، برابر اندازه اختلاف جابه‌جایی آن‌ها است:

$$\Delta h = |\Delta y_A - \Delta y_B| = |-61/25 - (-20)| = 41/25 \text{ m}$$

معادله مکان - زمان در سقوط آزاد را برای دو گلوله می‌نویسیم:

«۲۶۸- گزینه ۳»

$$\begin{cases} \Delta y_1 = -\frac{1}{2} g t_1^2 \\ \Delta y_2 = -\frac{1}{2} g t_2^2 \end{cases} \xrightarrow{\begin{array}{l} t_2 = t_1 - 2/5 \\ g = 10 \text{ m/s}^2 \end{array}} \begin{cases} \Delta y_1 = -5t_1^2 \\ \Delta y_2 = -5(t_1 - 2/5)^2 \end{cases}$$

در لحظه موردنظر (t_1)، گلوله اول 75 m پایین‌تر از گلوله دوم است. معادلات مکان دو گلوله را از هم کم کرده و مساوی 75 m قرار می‌دهیم:

$$-\Delta t_1^2 - [-5(t_1 + 6/25 - \Delta t_1)] = \cancel{\Delta t_1^2} + \cancel{\Delta t_1^2} + 31/25 - 25t_1 = -68/75$$

$$\Rightarrow -25t_1 = -100 \Rightarrow t_1 = 4 \text{ s}$$

۲۶۹- گزینه «۲»

گام اول زمان قسمت اول حرکت را حساب می کنیم:

$$v = -gt_1 \Rightarrow -15 = -10t_1 \Rightarrow t_1 = 1/5 \text{ s}$$

گام دوم ارتفاع سقوط در قسمت اول حرکت را با توجه به زمان $1/5 \text{ s}$ به دست می آوریم:

$$\Delta y_1 = -\frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow \Delta y_1 = \frac{-1}{2} \times 10 \times 2/25 = -11/25 \text{ m}$$

گام سوم محاسبه کل ارتفاع سقوط:

$$h = \Delta y_{\text{کل}} = \Delta y_1 + \Delta y_2 = -11/25 - 5 = -61/25 \text{ m}$$

گام چهارم محاسبه زمان کل سقوط:

$$h = \Delta y_{\text{کل}} = \frac{-1}{2}gt^2 \Rightarrow -61/25 = \frac{-1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow t^2 = 12/25 \Rightarrow t = 3/5 \text{ s}$$

گام اول زمان رسیدن سنگ به آب (t_1): از جدول تصاعد حسابی سقوط آزاد

$$5 + 15 + 25 = 45 \text{ m} \quad .t_1 = 3 \text{ s}$$

گام دوم زمان رسیدن صوت از آب به گوش (t_2):

$$\Delta x = vt \Rightarrow 45 = 340t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{45}{340} \approx 0.13 \text{ s}$$

گام سوم محاسبه زمان کل:

BOOK BANK