

۱. دو ضلع روبه‌روی یک مربع به معادلات  $ax + 2y = 6$  و  $3x + y + b = 0$  بوده و مساحت مربع  $b + 2$  است. فاصله‌ی  $A(a, b)$  تا نیمساز ربع اول و سوم کدام است؟

(۱)  $\sqrt{2}$  (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)  $2\sqrt{2}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

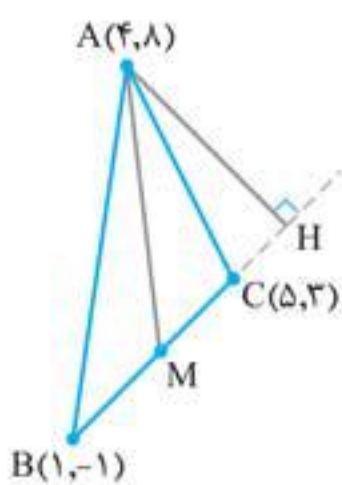
۲. مساحت مثلث  $ABC$  با رئوس  $A(m, 2)$ ،  $B(m-3, 4m)$  و  $C(-1, m+2)$  برابر  $\frac{1}{2}$  است.  $m$  کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

(۱)  $1$  (۲)  $-\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{\sqrt{17}-1}{8}$  (۴)  $\frac{1+\sqrt{17}}{8}$

۳. دو نقطه بر روی خط  $x + y = 1$  وجود دارد که فاصله‌ی این نقاط از خط  $D: 3x + 4y - 1 = 0$  برابر ۲ است. مجموع طول این دو نقطه کدام است؟

(۱)  $6$  (۲)  $-6$  (۳)  $7$  (۴)  $-7$

۴. در شکل مقابل اگر  $M$  و  $H$  به ترتیب پای میانه‌ی  $AM$  و ارتفاع  $AH$  باشد، طول  $MH$  کدام است؟



(۱)  $\sqrt{42}$

(۲)  $\sqrt{68}$

(۳)  $\sqrt{58}$

(۴)  $\sqrt{32}$

۵. ضلع یک مثلث به مساحت ۶ بر خط به معادله‌ی  $2y + x = 3$  واقع و یک رأس آن نقطه‌ی  $(-1, 0)$  است. اگر ضلع دیگر این مثلث بر محور  $x$  ها منطبق باشد، طول میانه‌ی وارد بر این ضلع کدام است؟

(۱)  $4\sqrt{2}$  (۲)  $6$  (۳)  $3\sqrt{3}$  (۴)  $5$

۶. نقطه‌ی  $A(-4, -2)$  روی خط به معادله‌ی  $3x + by + c = 0$  قرار دارد. اگر فاصله‌ی قرینه‌ی  $A$  نسبت به محور  $x$  ها تا خط  $l$ ،  $3/2$  باشد،  $b - c$  کدام است؟

(۱)  $-4$  (۲)  $-8$  (۳)  $-10$  (۴)  $-12$

۷. خط  $x - 2y + m = 0$  در نقطه‌ی  $T$  به دایره‌ای به مرکز  $P(-1, 1)$  مماس است. اگر فاصله‌ی  $T$  تا  $P$  برابر  $\sqrt{5}$  باشد، فاصله‌ی مبدأ تا این خط کدام عدد زیر می‌تواند باشد؟

(۱)  $\sqrt{5}$  (۲)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$  (۳)  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$  (۴)  $2\sqrt{5}$

۸. در مثلث متساوی‌الساقین  $ABC$  ( $AB = AC$ )، قاعده‌ی  $BC$  بر روی خط  $y = 2x - 3$  قرار دارد. اگر  $A(4, -1)$  و طول نقطه‌ی  $B$  برابر ۵ باشد، آن‌گاه مختصات نقطه‌ی  $C$  کدام است؟

(۱)  $(-\frac{9}{5}, \frac{-33}{5})$  (۲)  $(\frac{9}{5}, -\frac{33}{5})$  (۳)  $(-\frac{9}{5}, \frac{33}{5})$  (۴)  $(\frac{9}{5}, \frac{33}{5})$

۹. فاصله‌ی نقطه‌ی  $(-3, 5)$  از خط  $4x + ky = 6k$  برابر ۳ است. حاصل جمع مقادیر ممکن برای  $k$  کدام است؟

(۱)  $1$  (۲)  $2$  (۳)  $3$  (۴)  $4$

۱۰. دو ضلع مقابل یک مربع، بر دو خط  $x + 2y = 2a + 1$  و  $ax - 6y = 9$  منطبق هستند. فاصله‌ی محل تلاقی قطرهای این مربع از هر رأس آن چقدر است؟

(۱)  $\frac{2\sqrt{10}}{5}$  (۲)  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$  (۳)  $\frac{\sqrt{10}}{5}$  (۴)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$

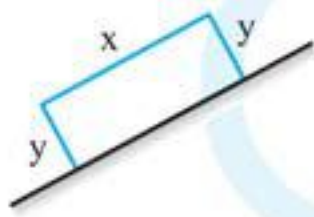
۲۰ دقیقه

فصل ۵

ریاضی ۱ و ۲ | سهمی، تابع درجه دو

آزمون ۱۷

ایستگاه ۲



۱. قرار است در کنار یک رودخانه، زمینی مستطیل شکل رانده کشی کنیم (مطابق شکل). اگر فقط هزینه

نصب ۷۲ متر نرده را داشته باشیم، بیشترین مساحت ممکن برای این زمین چقدر خواهد بود؟

- ۱) ۳۲۴ (۱)      ۲) ۶۴۸ (۲)      ۳) ۵۲۴ (۳)      ۴) ۱۰۴۸ (۴)

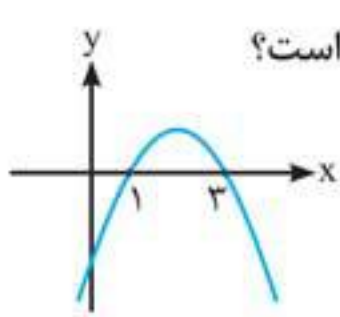
۲. نمودار سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  محور  $y$  ها را در نقطه‌ای به عرض  $k$  و محور  $x$  ها را در نقاطی به طول  $1-k$  و  $k$  قطع کرده

و بیشترین مقدار سهمی  $\frac{9}{4}$  است.  $k$  کدام می‌تواند باشد؟

- ۱)  $\frac{4}{5}$  (۱)      ۲)  $\frac{2}{5}$  (۲)      ۳)  $\frac{5}{2}$  (۳)      ۴)  $\frac{5}{4}$  (۴)

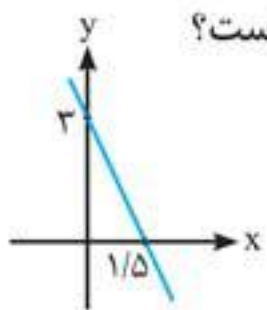
۳. رأس سهمی  $y = (3m+4)x^2 - 3(m-1)x + 9$  در ناحیه‌ی دوم قرار دارد. بیشترین طول بازه‌ی قابل قبول برای  $m$  کدام است؟

- ۱) ۱ (۱)      ۲) ۲ (۲)      ۳) ۳ (۳)      ۴) ۴ (۴)



۴. شکل مقابل، نمودار تابع  $y = ax^2 + bx + c$  است. اگر بیشترین مقدار تابع  $-2a - 9$  باشد،  $f(\frac{b}{a})$  کدام است؟

- ۱)  $-27$  (۱)      ۲) ۹ (۲)      ۳)  $27$  (۳)      ۴)  $-9$  (۴)



۵. نقطه‌ی ماکزیمم تابع  $y = -2x^2 + mx - m - 1$  روی خط مقابل است. مجموع مقادیر ممکن برای  $m$  کدام است؟

- ۱) ۳ (۱)      ۲) ۲ (۲)      ۳) ۸ (۳)      ۴) ۴ (۴)

۶. سهمی  $y = x^2 - 2mx - m + 2$  حداکثر یک صفر دارد که آن هم مثبت است. کمترین مقدار صحیح  $m$  کدام است؟

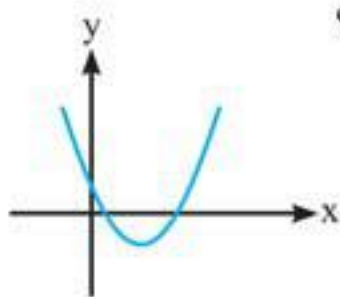
- ۱)  $-2$  (۱)      ۲)  $-1$  (۲)      ۳) صفر (۳)      ۴)  $-3$  (۴)

۷. کمترین فاصله‌ی مبدأ مختصات از نقاط روی منحنی  $y = \sqrt{x^2 - 4x + 7}$  چقدر است؟

- ۱)  $\sqrt{5}$  (۱)      ۲)  $\sqrt{13}$  (۲)      ۳) ۵ (۳)      ۴) ۱۳ (۴)

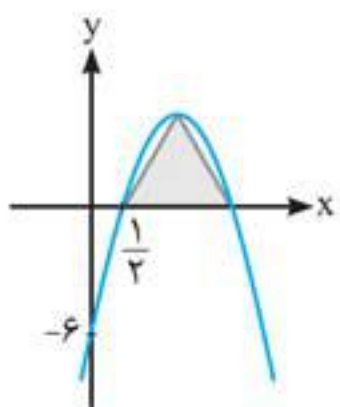
۸. اگر تابع  $y = (1-m)x^2 + (m^2 - 6)x + 1$  در نقطه‌ای به طول  $-1$  ماکزیمم داشته باشد، کمترین مقدار  $y = mx^2 + 2mx$  کدام است؟

- ۱)  $-\frac{1}{4}$  (۱)      ۲)  $-3$  (۲)      ۳)  $-2$  (۳)      ۴)  $-\frac{3}{4}$  (۴)



۹. نمودار تابع  $y = (m+4)x^2 - 4x + m + 1$  به صورت مقابل است. چند مقدار صحیح برای  $m$  وجود دارد؟

- ۱) ۰ (۱)      ۲) ۲ (۲)      ۳) ۳ (۳)      ۴) ۱ (۴)



۱۰. نمودار سهمی  $y = ax^2 - (6a-1)x + b$  به صورت مقابل است. مساحت ناحیه‌ی رنگی چقدر است؟

- ۱)  $\frac{1331}{16}$  (۱)      ۲)  $\frac{1331}{32}$  (۲)      ۳)  $\frac{1573}{32}$  (۳)      ۴)  $\frac{1573}{16}$  (۴)



شبیه‌ساز کنکور

۲۰ دقیقه  
%

جمع‌بندی معادله و نامعادله

آزمون  
۲۱

منابع	ریاضی ۱	ریاضی ۲	ریاضی ۳
	فصل ۴	فصل ۱	-

۱. معادله‌ی  $3x - \frac{m+1}{2x+1} = 2$  دو جواب حقیقی دارد که بین آن‌ها رابطه‌ی  $6\alpha = 2\beta + 5$  برقرار است. در این صورت، معادله‌ی

چند جواب دارد؟  $\frac{mx}{x-1} + \frac{x-1}{x} = m$

- (۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲. حاصل ضرب جواب‌های معادله‌ی  $a = \frac{4}{x^2 - 2x - 3} - \frac{2}{x^2 - 4x + 3}$  برابر ۲- است. جواب معادله‌ی  $|2x + a| = |ax - 1|$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $-\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $-\frac{1}{3}$

۳. اعداد  $x = -1$  و  $x = b$  جواب‌های معادله‌ی  $\frac{a}{2x-1} - \frac{1}{x} = 4$  هستند. در این صورت، ریشه‌ی دوم  $2b$  کدام است؟

- (۱)  $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)  $\pm \frac{1}{2}$  (۳)  $\pm 1$  (۴)  $\pm \frac{1}{4}$

۴. اگر سه شیر A، B و C هم‌زمان باز باشند، ۳ ساعته استخری را پر می‌کنند. اگر دو شیر A و B را باز کنیم، ۴ ساعته استخر پر می‌شود. شیر C به تنهایی در چند ساعت استخر را پر می‌کند؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۵. تمام جواب مشترک نامعادله‌های  $2x - 3 > \frac{4x-2}{3}$  و  $\frac{3x+6}{2} - \frac{3-x}{3} > \frac{1}{2}$  به فرم  $(\alpha, \beta)$  است.  $2\beta + 11\alpha$  کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۱ (۳) -۲ (۴) -۳

۶. اگر جدول تعیین علامت عبارت  $P = ((n-2)x + m + 1)(x + 2b)^2$  به صورت زیر باشد، مقدار عددی  $mn + b$  کدام است؟ ( $n \in \mathbb{N}$ )

x	$-\infty$	-۲	۳	$+\infty$
P	+	+	-	-

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

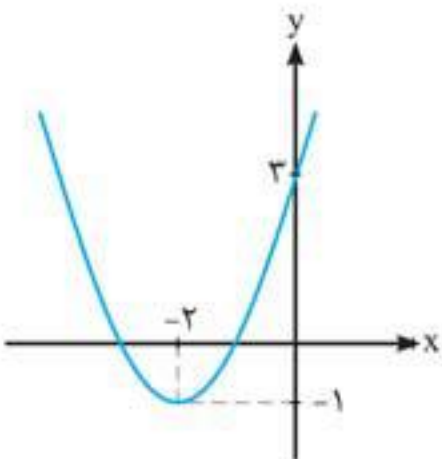
۷. چند عدد طبیعی m در نامساوی  $\frac{2x^2 - x + m}{x^2 + x + 1} > 1$  صدق نمی‌کند؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۸. یک موشک کاغذی فاصله‌ی ۵ متری را در جهت موافق باد رفته و در خلاف جهت برگشته است. سرعت باد ۵ متر بر دقیقه و مدت‌زمان رفت و برگشت ۳۲ ثانیه است. سرعت موشک در هوای بدون باد چقدر است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۱۵ (۴) ۲۵

۹. سهمی مقابل، نمودار  $y = f(x)$  است. اگر اشتراک جواب‌های نامعادله‌های  $\frac{f(x)}{x} \leq 0$  و  $2x + 7 > 0$  را به فرم  $(a, b] \cup [c, d)$  بنویسیم، مقدار  $2a - b - c - d$  کدام است؟



- (۱) -۲ (۲) -۳ (۳) -۴ (۴) -۵

۱۰. معادله‌ی  $3x - 2 + \sqrt{4x - 3} = 0$  از نظر تعداد جواب‌ها چگونه است؟

- (۱) یک جواب دارد. (۲) دو جواب هم‌علامت دارد. (۳) دو جواب با علامت مخالف دارد. (۴) جواب ندارد.

ریاضی ۱	ریاضی ۲	ریاضی ۳
فصل ۵	فصل ۳	فصل ۱

۲۰ دقیقه %

۱. اگر  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$  و  $g(x) = \sqrt{x^2 + 4}$  باشد، حاصل  $f(1400 + \frac{1}{1400}) + g(1400 - \frac{1}{1400})$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{700}$  (۲) ۲۸۰۰ (۳)  $\frac{1}{700}$  (۴) ۱۴۰۰

۲. نمودار وارون تابع  $f(x) = -(x+2)^2 - 2$  نمودار  $g(x) = 1 - (3-x)^2$  را در چند نقطه قطع می کند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) هیچ

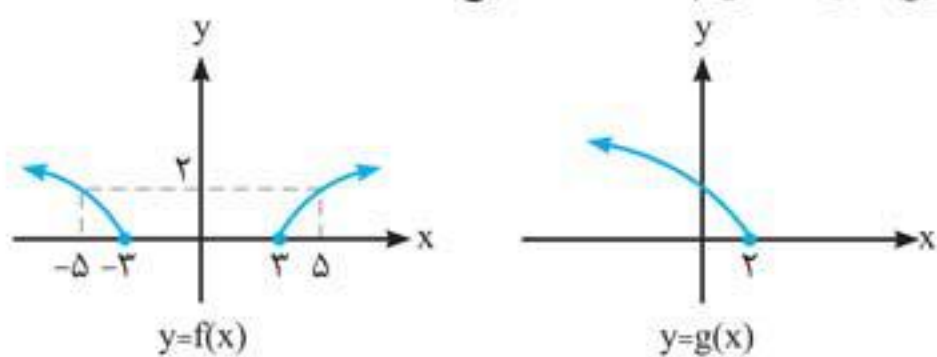
۳. اگر برد تابع  $g(x) = 2f(x-1) - 1$  به صورت  $(1, 2)$  باشد، برد تابع  $h(x) = 1 - 3f(2-x)$  کدام است؟

- (۱)  $(-\frac{7}{2}, -2)$  (۲)  $(-3, -2)$  (۳)  $(-\frac{7}{2}, -\frac{3}{2})$  (۴)  $(-3, -\frac{3}{2})$

۴.  $f$  روی  $\mathbb{R}$  اکیداً نزولی است و  $g(x) = \sqrt{f(x^2 + 2x) - f(-2x + 12)}$  و  $h(x) = \sqrt{f(|3x + 6|) - f(|x - 1|)}$  در این صورت دامنه  $(g+h)(x)$  کدام است؟

- (۱)  $[-3, -\frac{5}{4}]$  (۲)  $[-\frac{7}{2}, -1]$  (۳)  $[-\frac{7}{2}, -2]$  (۴)  $[-\frac{7}{2}, -\frac{5}{4}]$

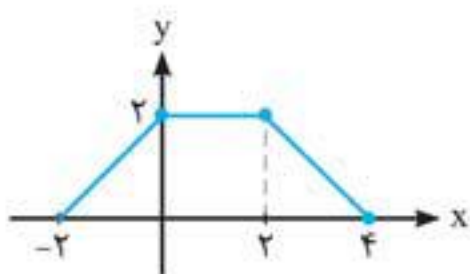
۵. اگر نمودار دو تابع  $f$  و  $g$  به صورت زیر باشد، آن گاه دامنه  $f \circ g$  شامل چند عدد صحیح است؟



- (۱) ۴  
(۲) ۵  
(۳) ۶  
(۴) ۸

۶. اگر  $f$  تابعی اکیداً نزولی با دامنه  $\mathbb{R}$  باشد، دامنه  $y = \sqrt{f(|x-2|) - f(|2x-1|)}$  کدام است؟

- (۱)  $[1, +\infty)$  (۲)  $[-1, 1]$  (۳)  $\mathbb{R}$  (۴)  $\mathbb{R} - (-1, 1)$



۷. شکل مقابل نمایش  $y = f(x)$  است. هرگاه  $g(x) = \frac{-1}{2}x + 3$  باشد، در این صورت نمودار

تابع  $h(x) = 1 - 3(f \circ g^{-1})(x)$  از کدام ربع (ها) نمی گذرد؟

- (۱) دوم  
(۲) اول  
(۳) دوم و سوم  
(۴) اول و چهارم

۸. هرگاه  $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$  و  $g \circ f = f \circ g$ ، در این صورت ریشه  $g(x) = 1$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $-1$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۹. توابع  $f(x) = 5 - \sqrt{2x-6}$  و  $g(x) = (f \circ f^{-1})(x) + (f^{-1} \circ f)(x)$  مفروض اند. نمودار تابع  $g(x)$  در بازه  $[a, b]$  به شکل یک پاره خط است. بیشترین مقدار طول این پاره خط کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{3}$  (۲)  $2\sqrt{5}$  (۳)  $3\sqrt{2}$  (۴)  $3\sqrt{3}$

۱۰. اگر  $f$  تابعی پیوسته و اکیداً نزولی روی  $\mathbb{R}$ ،  $g$  تابعی پیوسته و اکیداً صعودی روی  $\mathbb{R}$  و  $f(1) = g(-1) = 0$  باشد، دامنه  $y = \sqrt{\frac{(x+2)g(x)}{(x-2)f(x)}}$  کدام است؟

- (۱)  $[-2, 2] - (-1, 1)$  (۲)  $[-2, 2) - (-1, 1]$  (۳)  $(-2, 2) - (-1, 1)$  (۴)  $[-2, 2) - [-1, 1)$



ریاضی ۲ و ۳ | توابع مثلثاتی

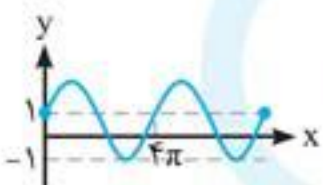
فصل ۱۰

ایستگاه ۷

۲۰ دقیقه

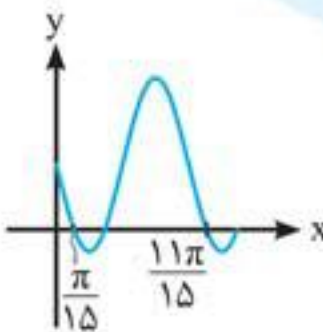
۱. شکل مقابل مربوط به  $f(x) = c + a \sin bx$  است.  $ab + c$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)



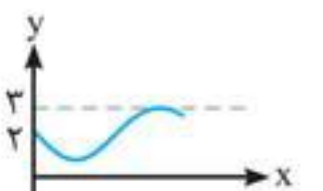
۲. شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a - 3 \cos(\frac{3\pi}{2} - bx)$  است.  $f(\frac{19\pi}{4})$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $\frac{3 - 3\sqrt{2}}{2}$       ۲ (۲)  $\frac{3 + 3\sqrt{2}}{2}$   
۳ (۳)  $\frac{2 - 3\sqrt{2}}{2}$       ۴ (۴)  $\frac{2 - 2\sqrt{3}}{2}$



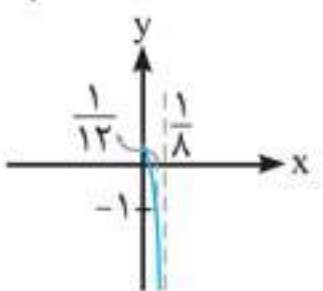
۳. شکل مقابل بخشی از نمودار تابع  $f(x) = (2a - 2b) + (3a - b) \sin x$  است. مینیمم  $f$  کدام است؟

- ۱ (۱) ۰      ۲ (۲) ۱      ۳ (۳)  $\frac{1}{3}$       ۴ (۴)  $\frac{1}{4}$



۴. شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع  $y = 1 + a \tan \pi(1 + bx)$  است. حاصل  $ab$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $\frac{8\sqrt{3}}{3}$       ۲ (۲)  $-4\sqrt{3}$       ۳ (۳)  $\frac{-8\sqrt{3}}{3}$       ۴ (۴)  $4\sqrt{3}$

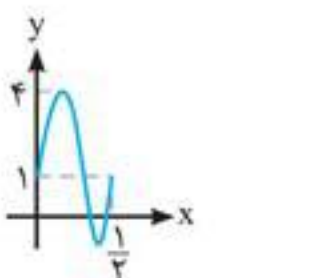


۵. تابع  $f(x) = \tan(\frac{\pi}{2}x)$  در بازه  $(a, b)$  صعودی است، حداکثر مقدار  $b - a$  کدام است؟

- ۱ (۱) ۱      ۲ (۲) ۲      ۳ (۳) ۳      ۴ (۴) ۴

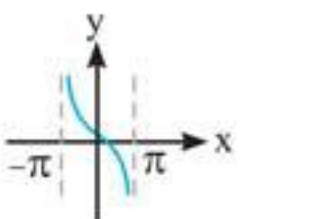
۶. خط  $y = 4$  نمودار تابع  $y = 1 + \sqrt{3} \tan 3x$  را در بازه  $(0, a)$  در ۳ نقطه قطع می‌کند، حداکثر مقدار  $a$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $\frac{4\pi}{3}$       ۲ (۲)  $\frac{10\pi}{9}$       ۳ (۳)  $\frac{7\pi}{6}$       ۴ (۴)  $\frac{19\pi}{18}$



۷. شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a \cos(bx + \frac{1}{4})\pi + c$  است. حاصل  $abc$  کدام است؟

- ۱ (۱) ۱۲      ۲ (۲) -۱۲      ۳ (۳) ۲۴      ۴ (۴) -۲۴



۸. نمودار تابع  $f(x) = \tan(\pi - ax) + b$  به صورت مقابل است. مقدار  $f(\frac{7\pi}{3})$  کدام است؟

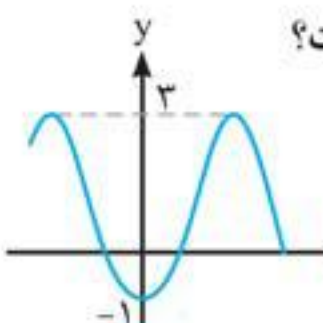
- ۱ (۱)  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$       ۲ (۲)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       ۳ (۳)  $-\sqrt{3}$       ۴ (۴)  $\sqrt{3}$

۹. در کدام تابع زیر، ماکزیمم تابع از مینیمم آن ۵ واحد بیشتر و دوره‌ی تناوب آن  $\frac{1}{3}$  است؟

- ۱ (۱)  $y = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \cos(6\pi x)$       ۲ (۲)  $y = \frac{1}{2} - \frac{5}{2} \sin(6\pi x)$       ۳ (۳)  $y = \frac{1}{2} + \frac{5}{2} \cos(6x)$       ۴ (۴)  $y = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \cos(6\pi x)$

۱۰. شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a + b \sin(\frac{\pi}{2} + x)$  را نمایش می‌دهد. مقدار  $f(\frac{17\pi}{3})$  کدام است؟

- ۱ (۱) صفر      ۲ (۲)  $\frac{1}{2}$       ۳ (۳)  $-\frac{1}{2}$       ۴ (۴) ۲



۱. اگر  $f(x) = \sqrt{x}$  و  $g(x) = \frac{x^2}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x$  باشد، خط مماس بر نمودار تابع  $g \circ f(x)$  در چند نقطه موازی محور طول‌هاست؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۲. اگر مشتق تابع  $f(\sqrt{|x|+6})$  در  $x = -2$  برابر  $\frac{1}{3}$  باشد، آن‌گاه مشتق تابع  $f(\frac{2x}{3x-1})$  در  $x = \frac{1}{2}$  کدام است؟

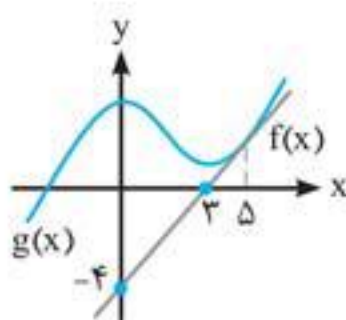
- (۱) ۳۲ (۲) ۱۶ (۳) -۳۲ (۴) -۱۶

۳. هرگاه  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - f(5)}{x - 5} = 3$  و برای هر  $x$  متعلق به دامنه‌ی توابع  $f$  و  $g$ ، داشته باشیم  $f(3-2x) + g(x^2+x) = 2x-1$ ، آن‌گاه حاصل  $g'(0)$  کدام است؟

- (۱) -۸ (۲) -۴ (۳) صفر (۴) -۶

۴. هرگاه  $4f(2) = f'(2) = 3g'(2) = 2$  و  $(f \cdot g)'(2) = \frac{5}{2}$  باشد، آن‌گاه مشتق تابع  $y = g^3(3x^2-1)$  در  $x = 1$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{169}{18}$  (۲)  $\frac{169}{6}$  (۳)  $\frac{169}{12}$  (۴)  $\frac{169}{8}$



۵. شکل مقابل نمودار توابع  $f$  و  $g$  را نمایش می‌دهد. حاصل  $(f \circ g)'(5)$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{16}{9}$  (۲)  $-\frac{32}{9}$  (۳)  $\frac{16}{9}$  (۴)  $\frac{32}{9}$

۶. هرگاه  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f^2(x) - 1}{x^2 - 9} = 4$  و  $f(\sqrt{2x+5}) = g(x^2+x)$  باشد، حاصل  $1 \cdot g'(6)$  کدام است؟

- (۱)  $\pm 4$  (۲)  $\pm 8$  (۳)  $\pm 12$  (۴)  $\pm 16$

۷. اگر  $f(x) = \frac{x^2-2}{1+x^2}$  و  $g(x) = \sqrt[3]{x-1}$ ، آن‌گاه حاصل  $f'(g(x)) \times g'(x)$  به ازای  $x = 2$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{1}{6}$  (۴)  $-\frac{1}{4}$

۸. اگر تابع  $f$  بر روی  $\mathbb{R}$  مشتق‌پذیر باشد و  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h+2) - 5}{h} = 8$  باشد، آن‌گاه مشتق تابع  $y = x^2 f(\sqrt{1-3x})$  در  $x = -1$  کدام است؟

- (۱) -۸ (۲) -۱۲ (۳)  $-\frac{43}{4}$  (۴) -۱۶

۹. هرگاه  $f(x) = 3x - |3x|$  و  $g(x) = 3x + 3\sqrt{x^2}$  باشند، مشتق تابع  $f \circ g(x)$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) صفر (۳) -۱ (۴) وجود ندارد.

۱۰. اگر  $f(2) = 3f'(2) = 9$  و  $4g(1) = g'(1) = 12$  باشند، شیب خط مماس بر نمودار تابع  $y = (f(2x) + 3)g(x^2)$  در  $x = 1$  کدام است؟

- (۱) ۳۰۶ (۲) ۱۵۳ (۳) ۱۶۲ (۴) ۳۶۰



۱. A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S هستند و  $P(A-B) = \frac{2}{5}$  و  $P(B-A) = \frac{1}{3}$  است. بیشترین مقدار  $P(A)+P(B)$  چقدر از ماکزیمم  $\frac{P(A)}{P(B)}$  بیشتر است؟

- (۱)  $\frac{1}{5}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{1}{15}$  (۴)  $\frac{3}{5}$

۲. از مجموعه‌ی  $\{1, 2, 3, \dots, 600\}$  یک عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال این عدد مضرب ۵ است ولی بر ۶ بخش پذیر نیست، یا مضرب ۵ نیست ولی بر ۶ بخش پذیر است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{32}$  (۳)  $\frac{1}{36}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

۳. هرگاه  $P(A-B) = \frac{2}{17}$ ،  $P(B-A) = \frac{1}{17}$ ،  $P(B) = nP(A)$  و  $P(A|B) = \frac{1}{n+3}$  باشد، حاصل  $P((A \cup B)')$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{17}$  (۲)  $\frac{3}{17}$  (۳)  $\frac{4}{17}$  (۴)  $\frac{5}{17}$

۴. هرگاه  $7P(A') = 8P(B') = \frac{5}{6}$  باشد، کمترین مقدار  $P(A' \cup B')$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{7}$  (۲)  $\frac{1}{8}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۵. اگر  $P(A \cap B) = \frac{P(A)P(B)}{6}$  باشد، احتمال این که فقط یکی از دو پیشامد A یا B اتفاق بیفتد، از احتمال وقوع فقط A، چقدر بیشتر است؟

- (۱)  $\frac{2}{7}$  (۲)  $\frac{3}{7}$  (۳)  $\frac{4}{7}$  (۴)  $\frac{5}{7}$

۶. از  $A = \{x \in \mathbb{N} | \sqrt{x} < 27\}$  عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال این که عدد انتخابی «فرد باشد ولی مضرب ۳ نباشد» چقدر است؟

- (۱)  $\frac{27}{80}$  (۲)  $\frac{26}{80}$  (۳)  $\frac{13}{27}$  (۴)  $\frac{26}{81}$

۷. هرگاه  $\frac{P(A \cap B)}{2} = \frac{P(A-B)}{3} = P(B-A) = \frac{P(A')}{4}$  باشد، حاصل  $P(B')$  چه کسری از  $P(A \cup B')$  است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{2}{9}$  (۴)  $\frac{1}{9}$

۸. هرگاه  $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ ،  $P(A \cup B) = \frac{2}{5}$  و  $P(A) = \frac{m+1}{2m+1}$  باشد، حدود m به صورت  $[a, b]$  نوشته می‌شود. b - a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{4}{3}$  (۳)  $\frac{5}{3}$  (۴) ۲

۹. A و B دو پیشامد ناسازگار هستند به طوری که  $P(A) = \frac{1}{n+3}$ ،  $P(B') = \frac{n}{n+1}$  و  $P(A \cup B) = \frac{5}{2n+6}$  است. احتمال اتفاق نیفتادن A کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{5}{6}$

۱۰. ضرایب معادله‌ی  $ax^2 - bx + c = 0$  را از مجموعه‌ی  $\{1, 2, 3, 4\}$  انتخاب می‌کنیم. چقدر احتمال دارد مجموع ریشه‌ها دو برابر ضرب ریشه‌ها باشد یا یکی از ریشه‌ها ۱ باشد؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{7}{12}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{3}{4}$

کنکور بدهید!

۵۰ دقیقه

آزمون جامع (۲)

آزمون ۹۷

%

۱. بین دو عدد ۲ و ۴۸۶، چهار عدد به شکلی درج کرده‌ایم که شش عدد حاصل، تشکیل یک دنباله‌ی هندسی صعودی دهند.

در دنباله‌ی شش جمله‌ای حاصل، واسطه‌ی حسابی جمله‌ی دوم و سوم کدام است؟

- ۴ (۱)      ۱۸ (۲)      ۱۲ (۳)      ۱۴ (۴)

۲. حاصل عبارت  $\sqrt[2]{\sqrt{7}-3} \times \sqrt[6]{16+6\sqrt{7}}$  کدام است؟

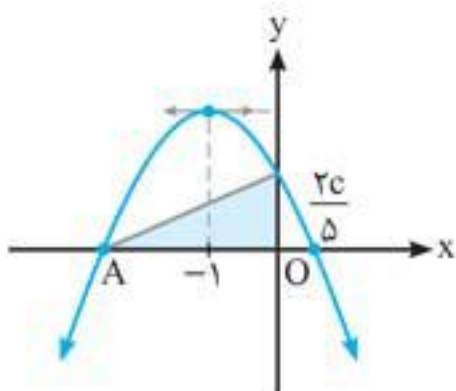
- ۱ (۱)       $-\sqrt[2]{2}$  (۲)      ۲ (۳)       $\sqrt[2]{2}$  (۴)

۳. نمودار تابع  $f(x) = (1-m)x^2 + (2m-1)x - (m+2)$  و محور x ها فقط در یک نقطه مشترک هستند. مجموع مقادیر ممکن برای m کدام است؟

- $\frac{9}{8}$  (۱)       $\frac{13}{8}$  (۲)       $\frac{17}{8}$  (۳)      ۱ (۴)

۴. شکل مقابل نمودار تابع  $y = -x^2 + bx + c$  است. مساحت ناحیه‌ی رنگی کدام است؟

- $\frac{9}{16}$  (۱)       $\frac{3}{2}$  (۳)       $\frac{25}{16}$  (۲)       $\frac{5}{4}$  (۴)



۵. تابع وارون  $f(x) = 2x + \sqrt{x-1}$  را ۲ واحد در جهت منفی محور x ها و ۲ واحد در جهت مثبت محور y ها انتقال می‌دهیم و تابع حاصل را  $g(x)$  می‌نامیم.  $g(10)$  کدام است؟

- ۳ (۱)      ۴ (۲)      ۳ (۳)      -۴ (۴)

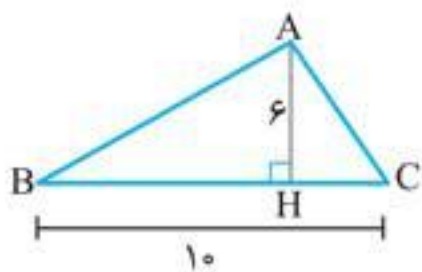
۶. اگر  $f(2x+1) = g(x-3)$  و  $g^{-1}(x) = x^3$  باشد،  $f^{-1}$  با چه تبدیلی روی  $y = x^3$  به دست می‌آید؟

(۱) انبساط عمودی با ضریب ۲ و بعد انتقال ۷ واحد به بالا      (۲) انقباض عمودی با ضریب  $\frac{1}{2}$  و بعد انتقال ۷ واحد به بالا

(۳) انبساط عمودی با ضریب ۲ و بعد انتقال  $\frac{3}{5}$  واحد به بالا      (۴) انقباض عمودی با ضریب  $\frac{1}{2}$  و بعد انتقال  $\frac{3}{5}$  واحد به بالا

۷. در شکل مقابل اگر  $3 \tan \hat{B} = 2 \tan \hat{C}$  باشد، آن‌گاه طول ضلع AB کدام است؟

- $6\sqrt{2}$  (۱)       $5\sqrt{2}$  (۲)       $7\sqrt{2}$  (۳)       $4\sqrt{2}$  (۴)



۸. حروف a, b, c, d, e را کنار هم جایگشت می‌دهیم. احتمال این که حرف a قبل از d بیاید، کدام است؟

- $\frac{1}{4}$  (۱)       $\frac{1}{3}$  (۲)       $\frac{3}{5}$  (۳)       $\frac{1}{2}$  (۴)

۹. در پرتاب دو تاس، چقدر احتمال دارد مجموع دو تاس ۷ یا هر دو فرد باشند؟

- $\frac{5}{12}$  (۱)       $\frac{7}{12}$  (۲)       $\frac{1}{2}$  (۳)       $\frac{1}{3}$  (۴)

۱۰. نقطه‌ی (۶, ۸) رأس یک مستطیل است که دو ضلع آن بر دو خط به معادله‌های  $y = 3x$  و  $6y + 2x = 40$  واقع هستند. مختصات نقطه‌ی تلاقی قطرهای این مستطیل کدام است؟

- (۵, ۳) (۱)      (۲, ۷) (۲)      (۴, ۷) (۳)      (۳, ۵) (۴)



آزمون شماره ۲۳

۱. گزینه ۳

راهنمایی: اگر  $a$  عددی صحیح باشد، آن وقت:

معمولی	لج‌باز یکی بیشتر!	
$[u] < a \Rightarrow u < a$	$[u] \leq a \Rightarrow u < a + 1$	۱
$[u] \geq a \Rightarrow u \geq a$	$[u] > a \Rightarrow u \geq a + 1$	۲

۱  $4 - [x] \geq 0 \Rightarrow [x] \leq 4 \Rightarrow x < 5 \Rightarrow D_f = (-\infty, 5)$

۲  $[x] - 1 > 0 \Rightarrow [x] > 1 \Rightarrow x \geq 2 \Rightarrow D_g = [2, +\infty)$

$D_{gof} = \{x \in D_f, f(x) \in D_g\} = \{x < 5, \sqrt{4 - [x]} \geq 2\}$   
 $= \{x < 5, \underbrace{4 - [x] \geq 4}_{[x] \leq 0}\} = \{x < 5, x < 1\} = \{x | x < 1\}$

۲. گزینه ۲

$f(0) = 2 \xrightarrow{\text{در ضابطه}} 2 = [a(0)] + b \Rightarrow b = 2$   
 از شکل

در  $f(x) = [ax] + 2$  طول هر پله  $\frac{1}{a}$  و طبق شکل ۲ واحد

$\frac{1}{a} = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$  است، پس:

جای‌گذاری در معادله  $\rightarrow [x] + |x - 1| = 2$

حالت اول:

$[x] + |x - 1| = 2 \Rightarrow |x - 1| = 2 - [x]$  عدد صحیح  $\Rightarrow x \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow x + |x - 1| = 2 \Rightarrow |x - 1| = 2 - x$

حل معادله  $\rightarrow x = \frac{3}{2}$  ✓

حالت دوم:

$[x] + |x - 1| = -2 \Rightarrow x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x + |x - 1| = -2$

$\Rightarrow |x - 1| = -2 - x$  امکان ندارد  $\rightarrow$  حل معادله

۲. گزینه ۴

خروج عدد صحیح

$[2x - 1] - 2 = -1 \Rightarrow [2x - 1] = 1$

$\Rightarrow [2x - 1] = 1 \Rightarrow 1 \leq 2x - 1 < 2$

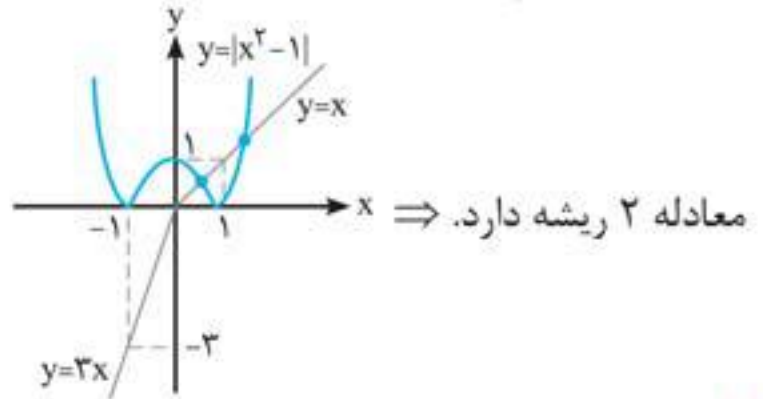
۱  $|2x - 1| < 2 \Rightarrow -2 < 2x - 1 < 2 \Rightarrow -\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$

۲  $|2x - 1| \geq 1 \Rightarrow 2x - 1 \geq 1$  یا  $2x - 1 \leq -1$

$\Rightarrow x \geq 1$  یا  $x \leq 0$

و اشتراک ۱ و ۲ می‌شود:  $1 \leq x < \frac{3}{2}$  یا  $-\frac{1}{2} < x \leq 0$

و اما رسم نمودار هر دو تابع در یک دستگاه مختصات:



۹. گزینه ۴

ریشه‌های قدر مطلقها

x	-2	-1	0	2	3
y	$\frac{25}{3}$	5	$\frac{7}{3}$	5	$\frac{25}{3}$

min

می‌توانید نمودارش را هم بعداً بکشید!...

راهنمایی: ماکزیمم تابع  $y = c - |ax + b|$  و مینیمم

$y = c + |ax + b|$  به ازای ریشه‌ی قدر مطلق به دست می‌آید.

$g(x) = a - 1 - |x - 1| \xrightarrow{x=1} \max(g) = a - 1$   
 ریشه‌ی قدر مطلق

$\Rightarrow a - 1 = \frac{7}{3} \Rightarrow a = \frac{10}{3}$

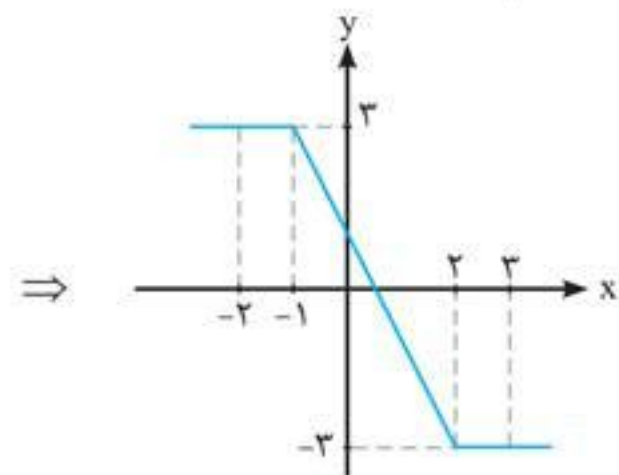
۱۰. گزینه ۳ نمودار دو تابع  $y_1 = |x - 2| - |x + 1|$  و

$y_2 = ax + ab$  باید در بی‌شمار نقطه یکدیگر را قطع کنند،

یعنی در یک محدوده‌ای باید برهم منطبق شوند، پس:

$y_1 = |x - 2| - |x + 1| \Rightarrow$

x	-2	-1	2	3
$y_1$	3	3	-3	-3



ضابطه‌ی تابع  $y_1$  برای  $-1 < x < 2$ ، به صورت زیر ساده می‌شود:

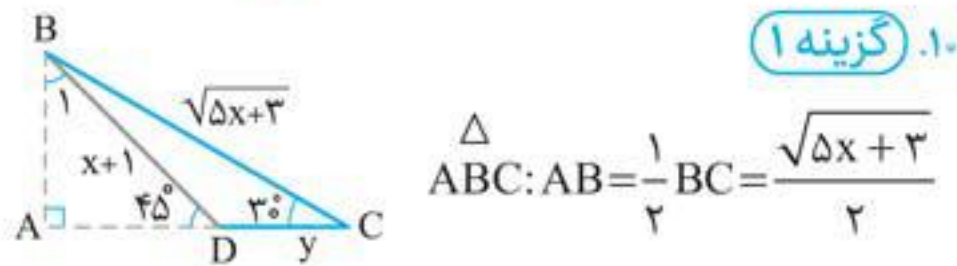
$y_1 = -(x - 2) - (x + 1) = -2x + 1$

بنابراین برای این‌که تابع  $y_2$  بر تابع  $y_1$  منطبق شود، باید ضابطه‌ی آن به صورت  $-2x + 1$  باشد، یعنی:

$\begin{cases} a = -2 \\ ab = 1 \end{cases} \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$

تذکره: چون  $a$  مخالف صفر است، پس  $y_2$  نمی‌تواند بر قسمت ثابت تابع  $y_1$  منطبق شود.





۱. گزینه ۱

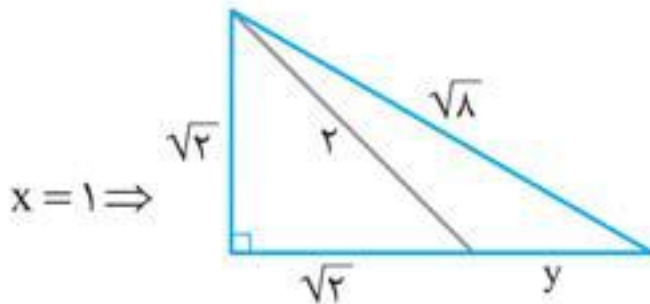
$$\Delta ABC: AB = \frac{1}{2} BC = \frac{\sqrt{5x+3}}{2}$$

$$\Delta ABC: AB = \frac{\sqrt{2}}{2} BD \Rightarrow \frac{\sqrt{5x+3}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}(x+1)$$

به توان ۲  $\Rightarrow 5x+3 = 2(x^2 + 2x + 1) \Rightarrow 2x^2 - x - 1 = 0$

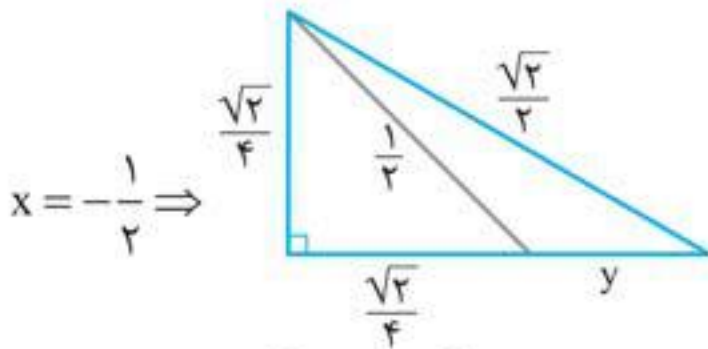
ریشه‌ها  $\rightarrow x = 1, -\frac{1}{2}$

$\widehat{B_1} = 45^\circ \Rightarrow \Delta ABC$  متساوی الساقین  $\Rightarrow AD = AB$



فیثاغورس  $\rightarrow (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2} + y)^2 = (\sqrt{4})^2$

$$\Rightarrow \sqrt{2} + y = \sqrt{6} \Rightarrow y = \sqrt{6} - \sqrt{2}$$



فیثاغورس  $\rightarrow (\frac{\sqrt{2}}{4})^2 + (\frac{\sqrt{2}}{4} + y)^2 = (\frac{1}{2})^2$

$$\frac{\sqrt{2}}{4} + y = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

مقدار به دست آمده برای y در گزینه‌ها نیست.

آزمون شماره ۴۱

۱. گزینه ۲

بیانر

$$\frac{1}{18} \cot \alpha = \frac{\cos(-21^\circ) + \cot(24^\circ)}{\tan(72^\circ) - \tan(-60^\circ)}$$

$$= \frac{\cos(18^\circ + 3^\circ) + \cot(18^\circ + 6^\circ)}{\tan(2 \times 36^\circ) + \tan(\frac{54^\circ}{2} + 6^\circ)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{18} \cot \alpha = \frac{-\cos 3^\circ + \cot 6^\circ}{0 + \tan 6^\circ}$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3}$$

۷. گزینه ۳

زاویه‌ی خط با جهت مثبت محور x ها  $= 18^\circ - 12^\circ = 6^\circ$

شیب  $\rightarrow \tan 6^\circ = m \Rightarrow m = \sqrt{3}$

عرض از مبدا  $(0, k + \sqrt{3}) \rightarrow y - (k + \sqrt{3}) = \sqrt{3}(x - 0)$

صدق بده  $(-1, 2k-1) \rightarrow (2k-1) - (k + \sqrt{3}) = \sqrt{3}(-1)$

$$\Rightarrow k - 1 - \sqrt{3} = -\sqrt{3} \Rightarrow k = 1$$

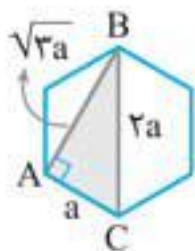
جای گذاری  $\rightarrow y - (1 + \sqrt{3}) = \sqrt{3}x$

وارون خط  $\rightarrow x - (1 + \sqrt{3}) = \sqrt{3}y \Rightarrow y = \frac{1}{\sqrt{3}}x - \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$$f^{-1}(x) = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}(x-1) - 1$$

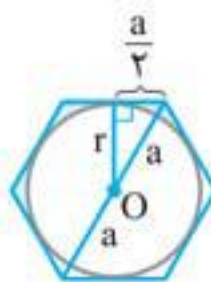
۸. گزینه ۲

راهبرده: قطر کوچک شش ضلعی منتظم به اضلاع روبه‌رو عمود است. اندازه‌ی قطر کوچک  $\sqrt{3}a$  و قطر بزرگ  $2a$  است.



فرض  $S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{3}a \times a}{2} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2}$

$$\Rightarrow a^2 = 12$$



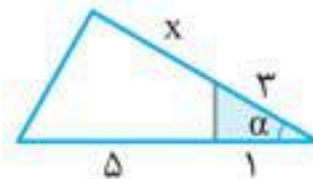
فیثاغورس  $\rightarrow r^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}$

$$= \frac{3a^2}{4} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{3}a}{2}$$

رنگی S =  $\frac{S_{\text{دایره}} - S_{\text{شش ضلعی}}}{2} = \frac{1}{2} (\frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 - \pi (\frac{3a^2}{4}))$

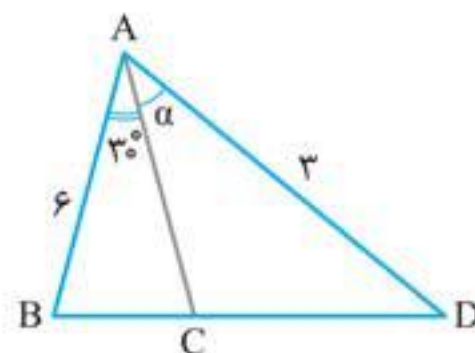
$a = 2\sqrt{3} \rightarrow \frac{1}{2} (18\sqrt{3} - 9\pi) = 9\sqrt{3} - \frac{9\pi}{2}$

۹. گزینه ۱



رنگی S =  $\frac{1}{8} S_{\text{کل}} \Rightarrow \frac{1}{2} \times 3 \times 6 \times \sin \alpha$

$$= \frac{1}{8} \times \frac{1}{2} (x+3)(6) \sin \alpha \Rightarrow x+3 = 4 \Rightarrow x = 1$$



$$S_{\Delta ABC} = 3 S_{\Delta ACD}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 6 \times AC \times \sin 30^\circ$$

$$= 3 \times \frac{1}{2} \times 3 \times AC \sin \alpha$$

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$



آزمون شماره ۹۷

۱. گزینه ۳

$$q = m + \sqrt{\frac{b}{a}} \Rightarrow q = \sqrt[5]{\frac{486}{2}} = \sqrt[5]{243} = \sqrt[5]{3^5} = 3$$

دنباله: ۲, ۶, ۱۸, ۵۴, ۱۶۲, ۴۸۶

$$\frac{6+18}{2} = 12 = \text{واسطه‌ی حسابی بین جملات دوم و سوم}$$

۲. گزینه ۲

$$16 + 6\sqrt{7} = (\sqrt{7} + 3)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt[6]{16 + 6\sqrt{7}} = \sqrt[6]{(\sqrt{7} + 3)^2} = \sqrt[3]{\sqrt{7} + 3}$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{\sqrt{7} - 3} \times \sqrt[3]{\sqrt{7} + 3} = \sqrt[3]{(\sqrt{7} - 3)(\sqrt{7} + 3)}$$

$$\underline{\underline{\text{بنا بر اتحاد مزدوج}}} \sqrt[3]{7-9} = \sqrt[3]{-2} = -\sqrt[3]{2}$$

۳. گزینه ۳ برای آن که نمودار این تابع و محور x ها فقط در

یک نقطه مشترک باشند، باید معادله‌ی  $(1-m)x^2 + (2m-1)x - (m+2) = 0$  فقط دارای یک ریشه باشد.

حالت اول:  $\Delta = 0$  و معادله‌ی درجه‌ی دوم، یک ریشه‌ی مضاعف داشته باشد (نمودار تابع f بر محور x ها مماس شود):

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2m-1)^2 + 4(1-m)(m+2) = 0$$

$$\Rightarrow (4m^2 - 4m + 1) + (-4m^2 - 4m + 8) = 0$$

$$\Rightarrow -8m + 9 = 0 \Rightarrow m = \frac{9}{8}$$

حالت دوم:

اگر در معادله‌ی  $(1-m)x^2 + (2m-1)x - (m+2) = 0$  ضریب  $x^2$  صفر شود، یعنی:

$$1-m=0 \Rightarrow m=1$$

در این صورت، معادله‌ی بالا به معادله‌ی درجه‌ی اول  $x-3=0$  تبدیل می‌شود و باز هم دارای یک ریشه است.

پس مجموع مقادیر ممکن برای m برابر است با:

$$\frac{9}{8} + 1 = \frac{17}{8}$$

۴. گزینه ۲

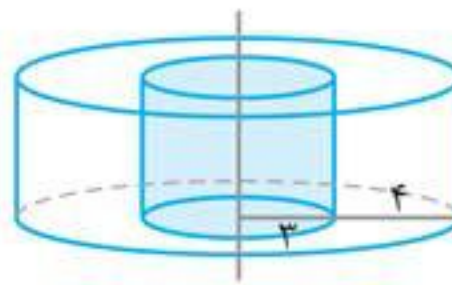
$$\xrightarrow{\text{عددگذاری}} x = -1 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = -1$$

$$\frac{-b}{2(-1)} = -1 \Rightarrow b = -2 \xrightarrow{\text{سه‌می}} y = -x^2 - 2x + c$$

$$\xrightarrow{\text{صدق بده}} \left(\frac{2c}{5}, 0\right) \text{ روی سه‌می} = -\frac{4c^2}{25} - \frac{4c}{5} + c$$

$$\xrightarrow{\times 25} -4c^2 - 20c + 25c = 0$$

$$\Rightarrow -4c^2 + 5c = 0 \Rightarrow c(-4c + 5) = 0$$



۲۹. گزینه ۱ دوران یافته‌ی

ABCD، استوانه‌ای می‌شود

که یک استوانه‌ی کامل از

وسط آن درآمده است!

شعاع قاعده‌ی استوانه‌ی بزرگ ۷ و ارتفاعش هم ۴ است.

استوانه‌ی کوچک هم شعاع قاعده‌اش ۳ و ارتفاعش ۴ است!

$$\text{حجم} = \pi(7)^2(4) - \pi(3)^2(4) = 160\pi$$

حالا حجم حاصل از دوران مربع سفید!!

حجم حاصل از دوران مربع سفید وسطی،

تفاضل حجم دو استوانه است:

$$\pi(a+4)^2(a) - \pi(4)^2(a) = \pi a(a^2 + 8a)$$

در نهایت:

$$120\pi \stackrel{\text{فرض}}{=} \pi a^2(a+8) = 160\pi - \text{حجم شکل حاصل}$$

$$\Rightarrow \pi a^2(a+8) = 40\pi \Rightarrow a^2(a+8) = 40 = 4 \times 10$$

$$\Rightarrow a = 2$$

می‌توانید گزینه‌ها را هم امتحان کنید...

۳۰. گزینه ۴  $A(5, 2)$  و  $A'(-1, 2)$  مختصات دو سر قطر

بزرگ این بیضی هستند و بیضی افقی است. وسط دو سر قطر

بزرگ، برابر مرکز بیضی است:

$$O\left(\frac{-1+5}{2}, \frac{2+2}{2}\right) = (2, 2)$$

نقطه‌ای که بیضی از آن می‌گذرد، هم طول با O است: این مورد تنها

زمانی ممکن می‌شود که نقطه‌ی مورد نظر، یکی از رأس‌های غیر کانونی

(دو سر قطر کوچک) بیضی

باشد. (چراکه فقط دو نقطه‌ی

هم طول مرکز بیضی و روی

بیضی داریم: یعنی B و B')

$$AB = \sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow \sqrt{(5-2)^2 + (2-4)^2}$$

$$= \sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow \sqrt{9+4} = \sqrt{13} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = 13$$

از طرفی  $AA' = 2a$ ، پس:

$$AA' = \sqrt{(5+1)^2 + (2-2)^2} = 6 = 2a \Rightarrow a = 3$$

$$a^2 + b^2 = 13 \xrightarrow{a=3} 9 + b^2 = 13$$

$$\Rightarrow b^2 = 4 \Rightarrow b = 2$$

بنابراین:

$$\sqrt{b^2} \quad \sqrt{4} \quad \sqrt{9} \quad \sqrt{13}$$



**الف) توابع یک به یک معروف:**  $y = \log_c(ax + b)$ ,  $y = ax + b$ ,  $y = \sqrt{ax + b}$ ,  $y = ax^2 + b$  با شرط  $c > 0$ ,  $c \neq 1$  و  $a \neq 0$  و تابع نمایی  $y = a^{mx+h}$  با شرط  $m \neq 0$ .

**ب) توابع غیر یک به یک معروف:**  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ), تابع ثابت  $y = c$ ,  $y = |ax + b|$ , تابع جزء صحیح  $y = [ax + b]$  و توابع مثلثاتی  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$  و  $y = \tan x$ .

برای تابع های غیر یک به یک می توانید با ارائه ی محدوده های برای  $x$ , کاری کنید که تابع در آن بازه یک به یک گردد؛ بهترین شیوه برای به دست آوردن این بازه معمولاً رسم تابع است...

## ۴ وارون تابع و ویژگی هایش

**الف) مفاهیم مقدماتی تابع وارون:** اگر جای مولفه ها را در زوج مرتب های تابع  $f$  عوض کنیم به وارون تابع می رسیم و چنانچه این وارون، خودش تابع باشد به آن تابع وارون می گوئیم و نمادش هم  $f^{-1}$  است، پس شرط وارون پذیری تابع  $f$ , یک به یک بودن آن است.

برای رسم نمودار  $f^{-1}$  از روی نمودار  $f$ , کافی است نمودار تابع را نسبت به  $y = x$  قرینه کنید.

اگر جای دامنه و برد را در  $f$  عوض کنید، دامنه و برد  $f^{-1}$  به دست می آید. **مدل ریاضی**  $D_{f^{-1}} = R_f$  و  $R_{f^{-1}} = D_f$

**ب) پیدا کردن ضابطه ی تابع وارون:**

در ضابطه ی تابع ابتدا جای  $x$  و  $y$  را عوض کنید و بعد سعی کنید  $y$  را بر حسب  $x$  پیدا کنید.

**ببین:**

$$y = \frac{x+1}{x} \xrightarrow{\text{جابه جا}} x = \frac{y+1}{y} \Rightarrow y+1 = xy \Rightarrow y(1-x) = -1 \Rightarrow y = \frac{1}{x-1}$$

ضابطه ی تابع وارون

اگر برد تابع  $f$  محدود باشد، بعد از پیدا کردن ضابطه ی تابع وارون، در کنارش محدوده ی برد  $f$  را هم بنویسید...

**نگاه کن:**

$$y = 1 - \sqrt{x} \xrightarrow{\text{جابه جا}} x = 1 - \sqrt{y} \xrightarrow{\text{توان } 2} y = (x-1)^2 \Rightarrow f^{-1}(x) = (x-1)^2, \quad \left. \begin{matrix} x \leq 1 \\ \text{برد } f \end{matrix} \right\}$$

**روش تستی:** اگر ضابطه ی تابع وارون  $f$  را خواسته باشند، در تابع  $f$  خودتان (که دارید) مقداری دلخواه به  $x$  داده و  $y$  را پیدا کنید؛ مثلاً  $f(a) = b$  حالا گزینه های درست است که اگر به  $x$  آن بدهیم  $b$  حاصل تابع بشود  $a$ ؛ درست برعکس!

**پ) وارون تابع درجه دو:**

تابع  $y = ax^2 + bx + c$  وارون پذیر نیست. (چون یک به یک نیست) پس با ارائه محدوده های مناسب وارون پذیر می شود که عبارت است از:

یک بازه ای قبل از  $-\frac{b}{2a}$  یا بازه ای بعد از آن؛ بعد با روش مربع کامل کردن وارونش را پیدا کنید:

**نگاه کن:**

$$y = x^2 - 4x + 1, x \geq 2 \xrightarrow{\text{مربع کامل}} y = (x-2)^2 - 4 + 1 = (x-2)^2 - 3 \xrightarrow{\text{جابه جا}} x = (y-2)^2 - 3$$

$$\Rightarrow (y-2)^2 = x+3 \xrightarrow{\text{جذر}} |y-2| = \sqrt{x+3} \xrightarrow{\substack{x \geq 2 \\ \text{در وارون می شود } y > 2}} y-2 = \sqrt{x+3} \Rightarrow y = \sqrt{x+3} + 2$$

## ۵ عملیات جبری و ترکیب روی دو تابع

**الف) دامنه و ضابطه:**

$D = D_f \cap D_g$	$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$	$f+g$
	$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$	$f-g$
	$(fg)(x) = f(x)g(x)$	$f \cdot g$
$D = D_f \cap D_g, g(x) \neq 0$	$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{f}{g}$



۴۵ دوره تناوب‌های خاص

دوره تناوب تابع‌های  $f(x) = a \tan(bx + c) + d$ ،  $g(x) = a \sin^2(bx + c) + d$ ،  $h(x) = a \cos^2(bx + c) + d$  و

هم‌چنین  $y = |a \sin(bx + c)|$  و  $y = |a \cos(bx + c)|$  همگی  $T = \frac{\pi}{|b|}$  است.

۴۶ فرمول‌های معادله‌های مثلثاتی

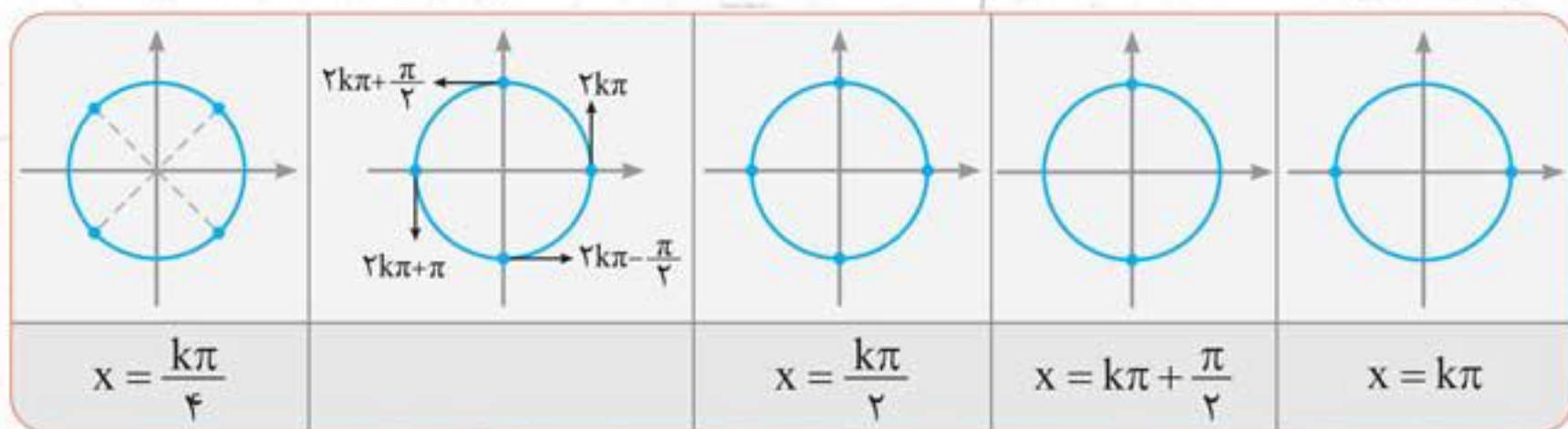
اول معادله را با روابط مثلثاتی (اصلی،  $\frac{k\pi}{2} + \alpha$ ،  $2\alpha$  و طلایی) ساده کنید.

$\sin u = \sin v \Rightarrow u = 2k\pi + v, u = 2k\pi + \pi - v$	دو نسبت هم‌نام مساوی دارید.
$\cos u = \cos v \Rightarrow u = 2k\pi \pm v$	دو نسبت غیرهم‌نام مساوی دارید.
حالت اول $\sin u = \cos v \Rightarrow \sin u = \sin(\frac{\pi}{2} - v) \Rightarrow$ کمان یکی را متمم کنید.	
$a \sin^2 u + b \sin u + c = 0$ : فرض کنید $\sin u = t$ و معادله‌ی درجه‌ی دوم را حل کنید.	خود معادله، درجه‌ی دوم است.
$a \cos^2 u + b \cos u + c = 0$ : فرض کنید $\cos u = t$ و معادله‌ی درجه‌ی دوم را حل کنید.	
اگر $\sin^2 u$ و $\cos u$ در معادله حضور دارند، به جای $\sin^2 u$ بگذارید $1 - \cos^2 u$ و هم‌چنین اگر $\cos^2 u$ و $\sin u$ با هم دیده شوند، به جای $\cos^2 u$ بگذارید $1 - \sin^2 u$ ...	
اگر $\sin u$ و $\cos 2u$ در معادله حضور دارند؛ به جای $\cos 2u$ بگذار $1 - 2\sin^2 u$	ظرافت $2\alpha$
اگر $\cos u$ و $\cos 2u$ در معادله حضور دارند؛ به جای $\cos 2u$ بگذار $2\cos^2 u - 1$	

۴۷ جواب‌های خاص معادله‌ی مثلثاتی

	۰	۱	-۱
$\sin x$	$x = k\pi$	$x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$	$x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$
$\cos x$	$x = k\pi + \frac{\pi}{2}$	$x = 2k\pi$	$x = 2k\pi + \pi$

۴۸ کمان‌های معروف



۴۹ فرمول‌های مقدماتی

$x \rightarrow a^-$	$x \rightarrow a^+$	تابع $f$ در $x \rightarrow a$ دارای حد است.	$f(x)$ بر $ax + b$ بخش‌پذیر است.	باقی‌مانده‌ی $f(x)$ بر $ax + b$
$x < a$	$x > a$	عدد $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$	$f(-\frac{b}{a}) = 0$	$r = f(-\frac{b}{a})$



۵۰ روش‌های محاسبه‌ی حد

$\lim_{x \rightarrow a} (f \pm g)(x) = l \pm m$	اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = m$
$(k \in \mathbb{N}), \lim_{x \rightarrow a} f^k(x) = l^k$ و در نتیجه $\lim_{x \rightarrow a} (fg)(x) = lm$	
$(m \neq 0) \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{l}{m}$	
حد راست تابع $f$ را از شاخه‌ی بالا (که جلوش $x > a$ است) و حد چپ را از شاخه‌ی پایینی (که جلوش $x < a$ است) پیدا کنید.	$f(x) = \begin{cases} g(x) & x > a \\ h(x) & x < a \end{cases}$
اگر $x = a$ باعث صفرشدن $u$ می‌شود، حد راست و چپ را جداگانه حساب کنید.	$f(x) = \lim_{x \rightarrow a}  u $
اگر $x = a$ باعث عدد صحیح‌شدن $u$ می‌شود، حد راست و چپ را جداگانه حساب کنید.	$f(x) = \lim_{x \rightarrow a} [u]$
در جبری‌ها، هوپیتال بزن (!) و یا صورت و مخرج را بر $x - a$ تقسیم کنید و به جای هر کدام مقسوم‌علیه تقسیم را بگذارید.	رفع ابهام $\frac{0}{0}$
در رادیکالی‌ها، هوپیتال بزن (!) و یا صورت و مخرج را در لنگه‌ی لازم گویاکردن ضرب کنید.	
سعی کنید با روابط مثلثاتی عبارتی را برای ساده‌شدن از صورت و مخرج ایجاد کنید.	
اگر کمان به صفر میل می‌کند، قرار دهید $\sin^n u = u^n$ و	
$1 - \cos^m u \sim m \frac{u^2}{2}$	
در مثلثاتی‌ها	
حد نامتناهی	وقتی $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\text{عدد غیر صفر}}{\text{صفر حدی}}$ ایجاد شده، جواب می‌شود $\infty$ ، بعدش مخرج را در اطراف $x \rightarrow a$ تعیین علامت کنید.
حد در بی‌نهایت	به جای هر چند جمله‌ای، تنها جمله‌ای که بزرگترین توان را دارد نگه دارید و مابقی را حذف کنید. (پرتوان) $ax^n + bx^{n-1} + \dots \sim ax^n$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{k}{x^n} = 0$ ( $n \in \mathbb{N}$ )
$\lim_{x \rightarrow a} f(u)$	اول $\lim_{x \rightarrow a} u$ را حساب کنید اگر $l$ شد، تعیین کنید $l^+$ است یا $l^-$ و بعد $f(l^\pm)$ را...

۵۱ حد کسر خاص

نتیجه بگیرید $f(a) = 0$ بوده و بعد کسر را رفع ابهام کنید.	$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{\text{صفر حدی}} = \text{عدد}$
نتیجه بگیرید $f(a) = 0$ بوده و بعد کسر را رفع ابهام کنید.	$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\text{صفر}}{f(x)} = \text{عدد غیر صفر}$
نتیجه بگیرید $m = n$ بوده است. جواب صفر کسر یعنی $m > n$ !	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^n + bx^{n-1} + \dots}{a'x^m + b'x^{m-1} + \dots} = \text{عدد غیر صفر}$
نتیجه بگیرید $\frac{c}{a} = m^2$ ، $-\frac{b}{a} = 2m$ (مخرج بوده) $x = m$ ریشه‌ی مضاعف	$\lim_{x \rightarrow m} \frac{\text{دایره}}{ax^2 + bx + c} = +\infty$ یا $-\infty$



$P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ یا $P(A B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$		احتمال شرطی
$P(A-B) = P(A) - P(A)P(B)$	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B)$	پیشامدهای مستقل
$P(A \cap B) = P(A)P(B A)$ ؛ احتمال اولی (مجزا) ضربدر احتمال دومی (با شرط این که اولی اتفاق افتاده باشد)		پیشامدهای غیر مستقل
<p>در نمودار <math>P_1</math> → <math>P_2</math> (حالت مطلوب اتفاق دوم) و <math>P_2</math> → <math>P_3</math> (حالت مطلوب اتفاق دوم) در دو حالت ۱ و ۲ اتفاق اول، جواب می‌شود <math>P_1P_2 + P_2P_3</math>.</p>		احتمال کل
<p>نحوه‌ی کشیدن فلش‌های احتمال کل:</p> <p>ظرف اول تا m بردار / ظرف دوم تا n بردار / ظرف جدید تا m+n دارد</p> <p>ظرف جدید <math>\left\{ \begin{array}{l} \text{مال اولی} \frac{m}{m+n} \text{ حالت مطلوب} \\ \text{مال دومی} \frac{n}{m+n} \text{ حالت مطلوب} \end{array} \right.</math></p>		ساختن ظرف جدید

$P(A) = \frac{\binom{n}{k}}{2^n}$	در خانواده‌ای با n فرزند؛ احتمال داشتن k تا پسر = احتمال داشتن k تا دختر	تست‌های دختر
	در پرتاب n بار سکه؛ احتمال آمدن k بار رو = احتمال آمدن k بار پشت	پسری
$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ و $P(A \cap B) = 0$ در نتیجه:		پیشامدهای ناسازگار
اگر بخواهید مجموع دو تاس بشود m به طوری که $m \leq 7$ است؛ تعداد حالت‌ها می‌شود: $m-1$ . اگر بخواهید مجموع دو تاس بشود n به طوری که $n \geq 7$ است؛ تعداد حالت‌ها می‌شود $13-n$ .		مجموع دو تاس

آمار

کمی گسسته	کمی پیوسته	کیفی اسمی	کیفی ترتیبی
متغیر را می‌توانید بشمارید	متغیر قابل اندازه‌گیری است	فقط نوع یا وضعیت متغیر قابل بیان است	در نوع متغیر یک ترتیب طبیعی می‌بینید.

$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$	$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$	$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$	$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$	$R = \max - \min$
ضریب تغییرات	انحراف معیار	واریانس	میانگین	دامنه تغییرات