

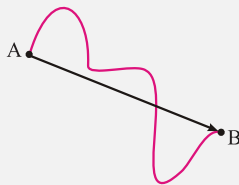


# حرکت بر خط راست

## شناخت حرکت

### مسافت و جابه‌جایی

ابتدا به دو تعریف مهم مسافت طی شده و جابه‌جایی و تفاوت‌های این دو توجه کنید. مسافت پیموده شده ( $l$ ): به طول مسیر طی شده توسط متحرک در طول حرکت، مسافت پیموده شده یا به اختصار "مسافت" می‌گویند. مسافت یک کمیت نرده‌ای و همواره مثبت است. جابه‌جایی ( $\vec{d}$ ): برخلاف مسافت، جابه‌جایی یک کمیت برداری است و به برداری گفته می‌شود که مکان آغازین حرکت را به مکان پایانی حرکت وصل می‌کند.



به طور مثال، در شکل روبرو متحرک از نقطه  $A$  به نقطه  $B$  رفته است که مسیر حرکت آن به صورت منحنی رسم شده است. به طول مسیر منحنی پیموده شده توسط متحرک، مسافت و به بردار رسم شده از  $A$  به  $B$  جابه‌جایی متحرک می‌گوییم.

**نکته ۱:** همان‌طور که از شکل مشخص است، اندازه بردار جابه‌جایی کوتاه‌ترین فاصله بین مبدأ و مقصد است. پس مسافت همواره

بزرگتر یا مساوی اندازه بردار جابه‌جایی است.  $l \geq |\vec{d}|$

**نکته ۲:** حالت تساوی هنگامی رخ می‌دهد که متحرک روی خط راست و بدون تغییر جهت، حرکت کند.

**نکته ۳:** مسافت وابسته به مسیر متحرک و بردار جابه‌جایی مستقل از مسیر است. یعنی بردار جابه‌جایی فقط به نقاط ابتدایی و انتهایی حرکت وابسته است.

### تندی متوسط و سرعت متوسط

حال که تفاوت مسافت و جابه‌جایی را یاد گرفتیم، سراغ تعریف تندی متوسط و سرعت متوسط می‌رویم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$$

تندی متوسط ( $s_{av}$ ): نسبت مسافت طی شده به مدت زمان حرکت است.

تندی متوسط کمیتی نرده‌ای است و یکای SI آن  $\frac{m}{s}$  است.

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$$

سرعت متوسط ( $v_{av}$ ): نسبت بردار جابه‌جایی متحرک به مدت زمان حرکت است.

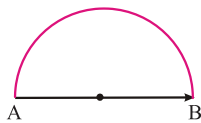
سرعت متوسط کمیتی برداری و یکای SI آن  $\frac{m}{s}$  است.



**نکته:** در هر بازه مشخص:  $s_{av} \geq |\vec{v}_{av}| \Rightarrow l \geq |\vec{d}|$

**مثال ۱)** متحرکی یک مسیر نیم دایره را با تندی متوسط  $\frac{31}{4} \frac{m}{s}$  طی می‌کند. اندازه سرعت متوسط متحرک چند متر بر ثانیه است؟ ( $\pi = 3/14$ )

(مرتبط با مفه‌های ۲ تا ۴ کتاب درسی)



$$|\vec{d}| = |\overline{AB}| = 2r, \quad l_{\text{معیط نیم‌دایره}} = \pi r$$

$$\begin{cases} s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \\ |\vec{v}_{av}| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} \end{cases} \Rightarrow \frac{|\vec{v}_{av}|}{s_{av}} = \frac{|\vec{d}|}{l} = \frac{2r}{\pi r} \Rightarrow |\vec{v}_{av}| = \frac{2}{\pi} s_{av} \xrightarrow{\frac{s_{av} = 31/4 \frac{m}{s}}{\pi = 3/14}} |\vec{v}_{av}| = 2 \cdot \frac{m}{s}$$

**مثال ۲)** در چه صورت اندازه سرعت متوسط یک متحرک با تندی متوسط آن برابر است؟

(پرسش ۱-۲ صفحه ۴ کتاب درسی)

$$|\vec{v}_{av}| = s_{av} \Rightarrow \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow |\vec{d}| = l$$

پس به شرطی این اتفاق می‌افتد که اندازه بردار جابه‌جایی و مسافت طی شده برابر باشند و همان‌طور که در نکته ابتدای فصل گفته شد، این تساوی هنگامی رخ می‌دهد که متحرک روی خط راست و بدون تغییر جهت حرکت کند.

**مثال ۳)** متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند در ۳ بازه زمانی یکسان ۱ ثانیه‌ای، مسافت‌های یکسان ۳ متری را طی می‌کند. حداقل مقدار سرعت متوسط متحرک در کل ۳ ثانیه چند متر بر ثانیه است؟

(مرتبط با مفه‌های ۲ تا ۴ کتاب درسی)

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱)

**پاسخ** چون حداقل مقدار سرعت متوسط را خواسته، می‌توانیم حالتی را در نظر بگیریم که در هر بازه متحرک  $1/5 m$  را در راستای مثبت رفته و  $1/5 m$  را در راستای منفی برگشته. پس جابه‌جایی هر بازه و جابه‌جایی کل برابر صفر می‌شود:

$$v_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} = \frac{0}{3} = 0$$

گزینه ۱ صحیح است.

**تذکر:** به طور کلی حداقل سرعت متوسط در هر بازه زمانی دلخواه، هنگامی که چگونگی مسیر معلوم نیست، صفر است.



**مثال ۴)** متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند در ۳ بازه زمانی یکسان ۱ ثانیه‌ای، به گونه‌ای حرکت می‌کند که در هر ثانیه، ۳ متر در یک جهت حرکت می‌کند. حداقل مقدار سرعت متوسط متحرک در کل ۳ ثانیه چند متر بر ثانیه است؟

(مرتبط با مفه‌های ۲ و ۳ کتاب درسی)

- ۰ (۱)      ۱ (۲)      ۲ (۳)      ۳ (۴)

**پاسخ** در این سؤال متحرک در هر مرحله جابه‌جایی ۳ متری در یک جهت دارد. برای حداقل شدن اندازه سرعت متوسط یک بازه را به صورتی در نظر می‌گیریم که متحرک برعکس ۲ بازه دیگر حرکت کند. در این صورت اندازه جابه‌جایی به صورت روبرو می‌شود:

$$|\vec{d}| = |3 + 3 - 3| = 3 \Rightarrow |\vec{v}_{av}| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} = \frac{3}{3} = 1 \frac{m}{s}$$

گزینه ۲ صحیح است.

**مثال ۵)** متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند در ۳ بازه زمانی یکسان یک ثانیه‌ای، مسافت‌های یکسان ۳ متری را طی می‌کند. حداقل مقدار تندی متوسط متحرک در کل ۳ ثانیه چند متر بر ثانیه است؟

(مرتبط با مفه‌های ۲ و ۳ کتاب درسی)

- ۰ (۱) صفر      ۱ (۲)      ۲ (۳)      ۳ (۴)

**پاسخ** برای بدست آوردن تندی متوسط در کل ۳ ثانیه باید مسافت طی شده در ۳ ثانیه را بدست آوریم و چون مسافت کمیت نرده‌ای همواره مثبت است، داریم:

$$l = d_1 + d_2 + d_3 = 3 + 3 + 3 = 9m$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{9}{3} = 3 \frac{m}{s}$$

همانطور که مشاهده کردید تندی متوسط در یک بازه به طور یکتا و مشخص از مسافت طی شده در آن بازه بدست می‌آید و حداقل و حداکثر مقدار آن با هم برابر است.

گزینه ۳ صحیح است.

\* مثال‌های ۳ تا ۵ برای درک تفاوت جابه‌جایی با مسافت و سرعت متوسط با تندی متوسط بسیار آموزنده‌اند.

در این فصل، اکثر مسائل در حالتی بررسی می‌شوند که جسم روی خط راست حرکت می‌کند. در این حالت محوری مانند محور  $x$  را به عنوان راستای حرکت جسم انتخاب می‌کنیم.

**بردار مکان:** برداری است که مبدأ مکان را در هر لحظه به مکان جسم در آن لحظه وصل می‌کند.

**نکته:** تفاوت مبدأ مکان با مبدأ حرکت: مبدأ مکان نقطه‌ای قراردادی است که همواره فاصله‌ی متحرک نسبت به آن سنجیده می‌شود. مثلاً در حالت حرکت روی محور  $x$ ، نقطه  $x = 0$  را مبدأ مکان انتخاب می‌کنیم. اما مبدأ حرکت مکان متحرک در لحظه‌ی  $t = 0$  است که به صورت  $x = x_0$  نشان داده می‌شود.

**قرارداد:** چون تا پایان این قسمت فقط حرکت روی خط راست بررسی می‌شود، جابه‌جایی متحرک را به جای بردار  $\vec{d}$  با  $\Delta x$  (برای حرکت روی محور  $x$  ها) یا  $\Delta y$  (برای حرکت روی محور  $y$  ها) نشان می‌دهیم. هم‌چنین به جای  $\vec{v}_{av}$  از  $v_{av}$  استفاده می‌کنیم و در هر ۳ مورد اگر متحرک در جهت محور جابه‌جا شود،  $\Delta x$  با علامت مثبت و اگر در خلاف جهت محور جابه‌جا شود،  $\Delta x$  با علامت منفی در نظر گرفته می‌شود.



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta y}{\Delta t}$$

در حرکت روی خط راست افقی:

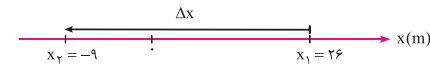
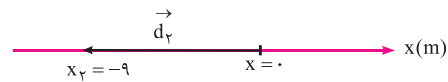
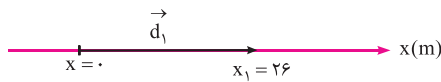
در حرکت روی خط راست قائم:



**مثال ۶** متحرکی روی محور  $x$  در حرکت است و در لحظه‌های  $t_1 = 2s$  و  $t_2 = 7s$  به ترتیب از مکان‌های  $x_1 = 26m$  و  $x_2 = -9m$  می‌گذرد. بردارهای مکان در  $t_1$  و  $t_2$ ، بردار جابه‌جایی از  $t_1$  تا  $t_2$  و سرعت متوسط در این بازه زمانی را مشخص کنید.

(مشابه مثال ۱-۳ صفحه ۵ کتاب درسی)

پاسخ



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{-9 - (26)}{7 - 2} = -7 \frac{m}{s}$$

همانطور که گفته شد، علامت منفی نشانگر حرکت متحرک در خلاف جهت محور  $x$  است.

**مثال ۷** مکان متحرکی روی محور  $x$  در لحظه  $t = 2s$  برابر  $8m$  و در لحظه  $t = 10s$  برابر  $-16m$  می‌باشد. سرعت متوسط متحرک در این مدت چند متر بر ثانیه است؟

(مرتبط با صفحه‌های ۵ و ۶ کتاب درسی) (سراسری تجربی ۷۲)

۲ (۴)

۱ (۳)

-۲ (۲)

-۳ (۱)

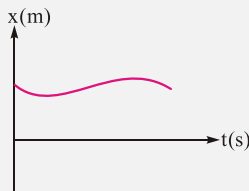
$$v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{-16 - 8}{10 - 2} = \frac{-24}{8} = -3 \frac{m}{s}$$

پاسخ

گزینه ۱ صحیح است.



### نمودار مکان - زمان متحرک:



اگر برای توصیف حرکت یک جسم از نموداری استفاده کنیم که محور افقی آن بر حسب زمان و محور عمودی آن بر حسب مکان جسم باشد، نمودار مکان - زمان متحرک را رسم کرده‌ایم. این نمودار، مکان جسم در هر لحظه را به ما نشان می‌دهد. شکل روبرو نمونه‌ای از یک نمودار مکان-زمان متحرک است.



**تذکر:** نمودار مکان-زمان باید الزاماً به صورت یک تابع باشد، به عبارتی در یک لحظه، متحرک نمی‌تواند در دو مکان مختلف قرار گیرد.

### معادله مکان - زمان متحرک در حال حرکت روی خط راست:

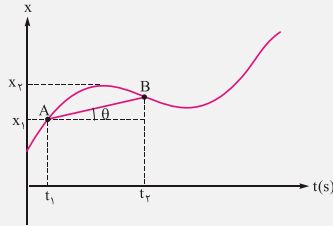
یکی دیگر از روش‌های توصیف حرکت یک جسم که روی خط راست حرکت می‌کند، معادله مکان - زمان متحرک است. این معادله، در واقع تابعی است که در هر زمان دلخواه، مکان متحرک را مشخص می‌کند. اگر متحرک روی خط راست در راستای افقی حرکت کند، معادله مکان - زمان را به صورت تابع  $x = f(t)$  و اگر در راستای قائم حرکت کند به صورت  $y = f(t)$  نشان می‌دهیم.



**نکته ۱:** نوع تابع  $f(t)$  هیچ ربطی به مسیر حرکت ندارد و همان‌طور که گفتیم فقط مکان جسم در هر لحظه‌ی دلخواه را به ما نشان می‌دهد.

تعیین سرعت متوسط به کمک نمودار مکان - زمان

می‌دانیم سرعت متوسط از رابطه  $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$  بدست می‌آید. از طرفی از درس ریاضی یاد گرفتیم که این عبارت برابر شیب پاره‌خط واصل بین دو نقطه  $A$  و  $B$  است.

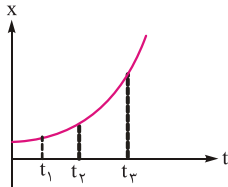


$\theta$  - زاویه بین پاره‌خط  $AB$  و راستای افق است.

$$v_{av_{t_1 \rightarrow t_2}} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \text{شیب پاره‌خط } AB$$

**نکته:** سرعت متوسط متحرک در هر بازه زمانی برابر شیب پاره‌خطی است که ابتدای آن بازه را به انتهای بازه در نمودار مکان - زمان متصل می‌کند.

**مثال ۸)** شکل روبرو نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور  $x$  حرکت می‌کند را نشان می‌دهد. سرعت متوسط متحرک در کدام بازه زمانی بیشتر است؟



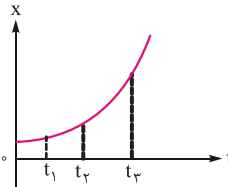
(مکمل پرسش ۵-۱ صفحه ۱۰ کتاب درسی) (سراسری ریاضی ۸۵)

۱) ۰ تا  $t_1$

۲)  $t_1$  تا  $t_2$

۳)  $t_2$  تا  $t_3$

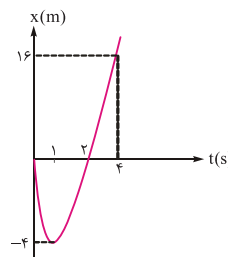
۴) بستگی به اندازه فاصله‌های زمانی دارد.



**پاسخ** ✓ سرعت متوسط در بازه‌ای بیشتر است که شیب پاره‌خط قاطع نمودار در آن بازه بیشتر باشد. از روی شکل مشخص است که در بازه  $t_2$  تا  $t_3$  این شیب بیشتر است.  
گزینه ۳ صحیح است.

**مثال ۹)** شکل مقابل نمودار مکان - زمان متحرکی در یک مسیر مستقیم است. سرعت متوسط متحرک در این ۴ ثانیه چند متر بر ثانیه است؟

(مشابه مثال ۱-۶ صفحه ۸ کتاب درسی) (سراسری ریاضی ۸۶)



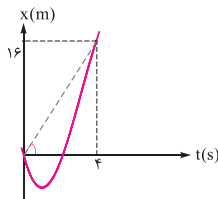
۱) ۲

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۵

پاسخ

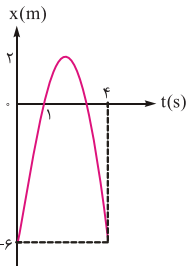


$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(4) - x(0)}{4 - 0} = \frac{16 - 0}{4 - 0} = 4 \frac{m}{s}$$

روش دوم: همان‌طور که گفتیم، شیب خط قاطع نمودار  $x-t$  در یک بازه زمانی معین برابر  $v_{av}$  است. بنابراین در دو نقطه  $t=0$  و  $t=4$ ، موقعیت متحرک روی نمودار را مشخص می‌کنیم و توسط یک خط این دو را به هم متصل می‌کنیم. اگر توسط این خط یک مثلث قائم‌الزاویه بسازیم که این خط، وتر مثلث باشد، شیب خط به صورت مقابل حاصل می‌شود که همان  $v_{av}$  است.

$$v_{av} = \text{شیب خط} = \frac{16}{4} = 4 \frac{m}{s}$$

گزینه ۳ صحیح است.



مثال ۱۰) فاصله نمودار مکان - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند مطابق شکل است. سرعت متوسط در فاصله زمانی  $t=1s$  تا  $t=4s$  چند متر بر ثانیه است؟

(مشابه مثال ۴-۱ صفحه ۷ کتاب درسی) (سراسری تهرانی ۸۷)

- (۱) ۲  
(۲) -۲  
(۳) ۶  
(۴) -۶

پاسخ

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(4) - x(1)}{4 - 1} = \frac{-6 - 0}{3} = -2 \frac{m}{s}$$

گزینه ۲ صحیح است.

### تندی لحظه‌ای و سرعت لحظه‌ای

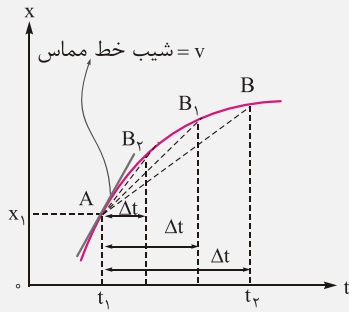
برعکس سرعت متوسط و تندی متوسط که می‌توانستند در یک بازه، اندازه‌های متفاوت داشته باشند، اما خواهیم دید که سرعت لحظه‌ای و تندی لحظه‌ای همواره اندازه‌های برابر دارند، به گونه‌ای که تندی لحظه‌ای کمیته نرده‌ای و سرعت لحظه‌ای کمیته برداری است. **تندی لحظه‌ای:** تندی متحرک در هر لحظه از زمان را تندی لحظه‌ای گویند. بهترین مثال برای درک تندی لحظه‌ای عددی است که سرعت سنج اتومبیل در هر لحظه از مسیر نشان می‌دهد. **سرعت لحظه‌ای:** برداری است هم‌جهت با جهت حرکت متحرک در هر لحظه از زمان (همواره بر مسیر حرکت مماس است) اندازه آن برابر با تندی لحظه‌ای متحرک است.

**نکته ۱:** سرعت لحظه‌ای کمیته برداری است و به طور کلی آن را با نماد  $\vec{v}$  نمایش می‌دهند، اما چون مسائل مورد بررسی، مسائل حرکت روی خط راست هستند، به جای نماد  $\vec{v}$  از نماد  $v$  استفاده می‌کنیم که علامت  $v$  جهت حرکت متحرک را نشان می‌دهد. **نکته ۲:** اگر  $v > 0$  آن‌گاه متحرک در حال حرکت در جهت مثبت محور مختصات است و اگر  $v < 0$  آن‌گاه متحرک در خلاف جهت محور (جهت منفی) در حال حرکت است. پس برای تعیین جهت حرکت متحرک کفایت  $v$  را تعیین علامت کنیم.

### تعیین سرعت لحظه‌ای به کمک نمودار مکان - زمان

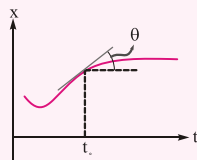
فرض کنید می‌خواهیم سرعت متوسط بین دو لحظه  $t_1 = t$  و  $t_2 = t + \Delta t$  را محاسبه کنیم.

طبق تعریف داریم:  $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}$ . هم‌چنین یاد گرفتیم که سرعت متوسط در بازه  $t_1$  تا  $t_2$  با شیب پاره‌خط واصل دو نقطه  $t_1$  و  $t_2$  در نمودار مکان - زمان برابر است.



همان‌طور که در شکل روبرو می‌بینید اگر  $\Delta t$  به سمت صفر میل کند ( $\Delta t \rightarrow 0$ )، نقطه  $B$  به نقطه  $A$  نزدیک و نزدیکتر می‌شود و در نهایت پاره‌خط  $AB$  به خط مماس بر نمودار در نقطه  $A$  تبدیل می‌شود و نکته مهم زیر را نتیجه می‌دهد:

**نکته:** سرعت لحظه‌ای در لحظه‌ی دلخواه  $t$  برابر است با شیب مماس بر نمودار مکان - زمان در همان لحظه.



$$V(t) = \text{شیب خط مماس}$$

یادداشت ریاضی:

در فصل مشتق ریاضیات دوازدهم خواهید خواند که به شیب مماس بر نمودار  $f(t)$  در نقطه دلخواه  $t$  مشتق تابع  $f(t)$  در آن نقطه می‌گویند که با نمادهای زیر نشان داده می‌شود:

$$\text{شیب مماس بر نمودار } f(t) \text{ در نقطه دلخواه } t = f'(t) = \frac{df(t)}{dt}$$

امسال به طور کامل با نحوه محاسبه مشتق توابع مختلف آشنا خواهید شد، اما برای راحتی حل مسائل حرکت‌شناسی و یادگیری مفهومی‌تر، بهتر است این مقدار از مشتق که در ادامه می‌آید را یاد گرفته و در حل مسائل استفاده کنید:

$$v(t) = x'(t) \Rightarrow \text{شیب مماس بر نمودار} = x'(t) = \frac{dx(t)}{dt}$$

مهم‌ترین رابطه از مشتق که در این جا به آن نیاز داریم رابطه محاسبه مشتق توابع چندجمله‌ای است که به صورت زیر است:

$$f(t) = at^n \Rightarrow f'(t) = \frac{df(t)}{dt} = nat^{n-1}$$

حال برای تعمیم این قاعده به یک تابع چندجمله‌ای از قاعده  $(g + f)'(t) = g'(t) + f'(t)$  استفاده می‌کنیم.

**مثال ۱۱)** در موارد زیر، از معادله مکان - زمان داده شده، سرعت لحظه‌ای متحرک در حال حرکت روی خط راست را در لحظه خواسته شده بیابید.

(مربط با صفحه ۹ کتاب درسی)

ب)  $x = t^2 - 2t, t = 1$

الف)  $x = 2t + 1, t = 1$

ت)  $x = t^3 - \frac{t^2}{2} + t + 7, t = 2$

پ)  $x = -5t^2 + 80, t = 3$

الف)  $x = 2t + 1 \Rightarrow v = x'(t) = 2 + 0 \Rightarrow x'(1) = v(1) = 2 \frac{m}{s}$

پاسخ



ب)  $x = t^2 - 2t \Rightarrow v = x'(t) = 2t - 2 \Rightarrow x'(1) = v(1) = 0 \frac{m}{s}$

پ)  $x = -5t^2 + 80 \Rightarrow v = x'(t) = -10t \Rightarrow v(3) = -30 \frac{m}{s}$

ت)  $x = t^3 - \frac{t^2}{2} + t + 7 \Rightarrow v = x'(t) = 3t^2 - t + 1 + 0 \Rightarrow v(2) = 11 \frac{m}{s}$

**مثال ۱۲)** معادله حرکت جسمی در SI به صورت  $x = 2t^3 - 12t^2 + 10t + 5$  است. در بازه  $t_1 = 2s$  تا  $t_2 = 4s$  چند ثانیه متحرک خلاف جهت محور  $x$  حرکت کرده است؟

(مرتبط با صفحه‌های ۵ و ۶ کتاب درسی) (سراسری تجربی ۹۶)

۲ (۴)

۱/۵ (۳)

۱ (۲)

۰/۵ (۱)

**پاسخ** برای تعیین جهت حرکت باید  $v$  را تعیین علامت کنیم.

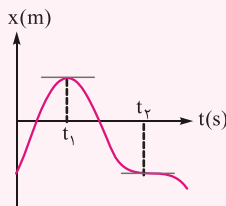
$$v = x'(t) = 6t^2 - 24t + 10 = 0 \Rightarrow t = 0/5, t = 3/5$$

$t$	۰	۰/۵	۲	۳/۵	۴
$v$		+	-		+

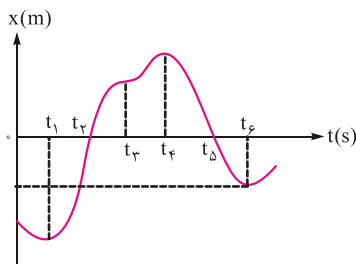
متحرک زمانی فلاف جهت محور  $x$  حرکت می‌کند که سرعت لحظه‌ای منفی باشد، در بازه  $(0/5, 3/5)$  علامت  $v$  منفی است و متحرک در فلاف محور  $x$  حرکت می‌کند که  $1/5$  ثانیه از آن در بازه ۲ تا ۴ ثانیه است.

گزینه ۳ صحیح است.

**نکته:** برای تعیین جهت حرکت متحرک به علامت  $v$  توجه می‌کنیم و یاد گرفتیم که سرعت لحظه‌ای ( $v$ ) برابر با شیب مماس نمودار در هر نقطه است. پس در نمودار  $x-t$  در نقاطی که نمودار صعودی است،  $v > 0$  و نتیجتاً حرکت در جهت مثبت محور مختصات است و هر جا نمودار نزولی است،  $v < 0$  و حرکت در جهت منفی محور مختصات می‌باشد.



همچنین هر جا شیب نمودار افقی شود،  $v = 0$  است، اما به شرطی متحرک تغییر جهت می‌دهد که علامت شیب نمودار نیز تغییر کند. مثلاً در شکل بالا در هر دو لحظه  $t = t_1$  و  $t = t_2$ ،  $v = 0$  شده و متحرک لحظه‌ای متوقف می‌شود، اما فقط در  $t = t_1$  است که متحرک تغییر جهت می‌دهد و در لحظه  $t_2$  متحرک تنها متوقف شده و سپس در همان جهت قبلی به حرکت ادامه می‌دهد.



**مثال ۱۳)** باتوجه به نمودار  $x-t$  مقابل به این سوالات زیر پاسخ دهید:

(مشابه پرسش ۱-۳ صفحه ۸ کتاب درسی کتاب درسی)

الف) متحرک چند بار از مبدأ مکان عبور کرده است؟

ب) متحرک چند بار از مبدأ حرکت مجدداً عبور کرده است؟

پ) جهت حرکت چند بار تغییر کرده است؟

ت) متحرک چند بار متوقف شده است؟

ث) در کدام بازه‌ها، متحرک خلاف جهت محور مختصات حرکت کرده است؟

**پاسخ** الف) ۲ بار. در لفظات  $t_2$  و  $t_5$  (در لفظه‌هایی که  $x = 0$  می‌شود، یعنی نمودار  $x-t$ ، محور زمان را قطع می‌کند)

ب) ۱ بار. در لفظه‌ای بین  $t_1$  و  $t_2$  که  $x(t) = x_0$  شده است.

پ) ۳ بار.  $t_1$ ،  $t_4$  و  $t_5$  (در لفظه‌هایی که شیب مماس بر نمودار  $x-t$  برابر صفر شده و سپس تغییر می‌کند).

ت) ۳ بار.  $t_1$ ،  $t_2$ ،  $t_4$  و  $t_5$  (در لفظه‌هایی که شیب مماس بر نمودار  $x-t$  برابر صفر شده است)

ث) در بازه‌های ۰ تا  $t_1$  تا  $t_4$  تا  $t_5$  (در مدتی که نمودار نزولی و به عبارتی شیب مماس بر نمودار منفی است  $v < 0$ )



**مثال ۱۴)** متحرکی روی محور  $x$  ها در حال حرکت است. اگر متحرک در حال دور شدن از مبدأ مکان باشد کدام گزینه درست است؟ ( $x$  مکان متحرک در لحظه گفته شده است)

(مرتبط با صفحه‌های ۱۴ تا ۱۵ کتاب درسی)

۴)  $v < 0, x < 0$

۳)  $v > 0, x > 0$

۲)  $xv < 0$

۱)  $xv > 0$

**پاسخ** اگر متحرک در سمت راست محور  $x$  ( $x > 0$ ) در حال دور شدن از مبدأ مکان باشد، جهت حرکت هم به سمت مثبت محور  $x$  است

$v > 0$  (شکل الف)

اگر متحرک در سمت چپ محور  $x$  ها ( $x < 0$ ) در حال دور شدن از مبدأ مکان باشد، جهت حرکت هم به سمت منفی محور  $x$  هاست

$v < 0$  (شکل ب)

پس در هر ۲ حالت:  $xv > 0$



(ب)



(الف)

گزینه ۱ صحیح است.



- بدست آوردن مسافت طی شده متحرک در حال حرکت روی خط راست از نمودار مکان - زمان:

باتوجه به تعریف مسافت و جابه‌جایی می‌دانیم که در حرکت روی خط راست، مسافت و جابه‌جایی به شرطی با هم برابرند که متحرک تغییر جهت ندهد. حال فرض کنیم متحرک در نقاط  $t_1, t_2, \dots$  تغییر جهت دهد، می‌دانیم در بازه‌های  $0$  تا  $t_1, t_1$  تا  $t_2$  و... چون جهت حرکت ثابت است، پس اندازه جابه‌جایی با مسافت طی شده برابر است.  $|\vec{d}| = l$  پس برای بدست آوردن مسافت طی شده کافی است، قدر مطلق جابه‌جایی‌ها را با هم جمع کنیم:

$$l = l_1 + l_2 + \dots = |\vec{d}_1| + |\vec{d}_2| + \dots$$

چون حرکت روی خط راست است:

$$|\vec{d}| = |\Delta x| \Rightarrow l = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + \dots$$

پس برای محاسبه مسافت طی شده از روی نمودار مکان - زمان باید دو گام زیر را طی کنیم:

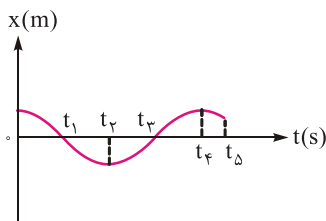
گام ۱: پیدا کردن نقاطی که متحرک تغییر جهت می‌دهد و محاسبه  $\Delta x$  در هر بازه.

گام ۲: مسافت طی شده برابر است با مجموع قدر مطلق جابه‌جایی‌ها  $l = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + \dots$



**مثال ۱۵)** متحرکی مطابق نمودار  $x-t$  مقابل در حال حرکت است. در کدام بازه اندازه جابه‌جایی با مسافت طی شده برابر است؟

(مرتبط با صفحه‌های ۲ تا ۴ کتاب درسی)



۱)  $t_1$  تا  $t_2$

۲)  $0$  تا  $t_3$

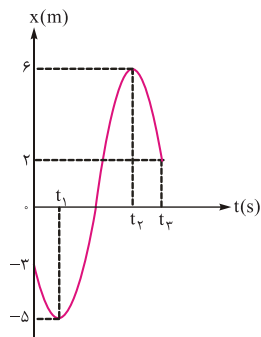
۳)  $t_4$  تا  $t_5$

۴)  $t_3$  تا  $t_5$

**پاسخ** یادگرفتم شرط این که در حرکت روی خط راست اندازه جابه‌جایی با مسافت طی شده

برابر باشد، این است که متحرک تغییر جهت ندهد. مطابق شکل متحرک در لفظات  $t_2$  و  $t_4$  تغییر جهت داده و فقط گزینه ۳ است که درون بازه‌اش شامل این لفظات نیست.

گزینه ۳ صحیح است.



**مثال ۱۶** اگر نمودار روبرو، نمودار  $x-t$  حرکت متحرکی روی خط راست باشد، در بازه  $0$  تا  $t_3$  متحرک چقدر مسافت طی کرده است؟

(مرتبط با صفحه‌های ۲ تا ۴ کتاب درسی)



پاسخ

ابتدا نقاط تغییر جهت را پیدا می‌کنیم که از روی نمودار  $t_1$  و  $t_2$  هستند:

$$\Delta x_{(0 \rightarrow t_1)} = -5 - (-3) = -2 \quad \Delta x_{(t_1 \rightarrow t_2)} = 6 - (-5) = 11 \quad \Delta x_{(t_2 \rightarrow t_3)} = 2 - 6 = -4$$

$$\text{مسافت طی شده} = l = |\Delta x_{(0 \rightarrow t_1)}| + |\Delta x_{(t_1 \rightarrow t_2)}| + |\Delta x_{(t_2 \rightarrow t_3)}| = 2 + 11 + 4 = 17 \text{ m}$$

**مثال ۱۷** در مثال قبل، سرعت متوسط و تندی متوسط در بازه  $0$  تا  $t_3$  را به دست آورید. ( $t_3 = 5 \text{ s}$ )

(مرتبط با صفحه‌های ۳ تا ۶ کتاب درسی)



پاسخ

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2 - (-3)}{5 - 0} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{و} \quad s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{17}{5} = 3 \frac{4}{5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای



تغییر بردار سرعت باعث شتابدار بودن نوع حرکت می‌شود. توجه کنید که چون سرعت کمیتی برداری است علاوه بر تغییر اندازه، تغییر جهت بردار سرعت نیز باعث شتابدار بودن نوع حرکت می‌شود.

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

**شتاب متوسط:** به بردار تغییر سرعت تقسیم بر زمان تغییر سرعت، بردار شتاب متوسط گویند.

هرگاه متحرک روی خط راست حرکت کند می‌توانیم رابطه بالا را به صورت ساده‌تر زیر بنویسیم:

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

البته باید توجه داشته باشیم که اگر متحرک در جهت مثبت محور در حال حرکت باشد،  $v$  مثبت و اگر در خلاف جهت محور  $x$  در حال حرکت باشد،  $v$  منفی خواهد بود. همچنین اگر بردار تغییر سرعت ( $\Delta v$ ) در جهت مثبت محور باشد،  $a_{av}$  مثبت و اگر در خلاف جهت محور باشد،  $a_{av}$  منفی است.

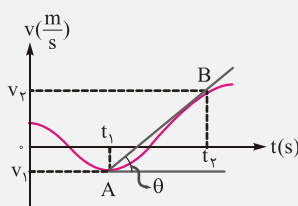


**نکته:** علامت  $a_{av}$  مستقل از جهت حرکت جسم است، یعنی ممکن است متحرک در جهت مثبت محور حرکت کند ( $v > 0$ ) اما شتاب منفی باشد.

### تعیین شتاب متوسط و لحظه‌ای به کمک نمودار سرعت - زمان



**شتاب متوسط:**



در شکل روبرو نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، رسم شده است. طبق تعریف شتاب متوسط در بازه  $t_1$  تا  $t_2$  به صورت

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \quad \text{بدست می‌آید.}$$

$\theta$  زاویه بین پاره‌خط  $AB$  و راستای افق است.

این مقدار همان شیب پاره‌خط واصل دو نقطه  $A$  و  $B$  است.

$$a_{av} = AB \text{ شیب خط} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

پس:

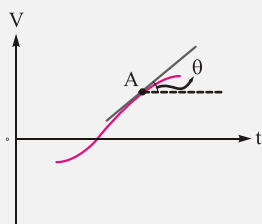


**نکته:** شتاب متوسط بین دو لحظه، برابر شیب خطی است که آن دو لحظه را در نمودار سرعت - زمان به یکدیگر وصل می‌کند.



### شتاب لحظه‌ای:

مانند آنچه در تعریف سرعت لحظه‌ای دیدیم اگر  $t_1 = t$  و  $t_2 = t + \Delta t$  باشد می‌توانیم  $\Delta t$  را به صفر نزدیک کنیم ( $\Delta t \rightarrow 0$ ) تا نقطه  $B$  به نقطه  $A$  نزدیک و نزدیکتر شود و در نهایت پاره‌خط  $AB$  به خط مماس بر نمودار در نقطه  $A$  تبدیل شود. شیب این خط مماس همان شتاب لحظه‌ای است.



**نکته:** شتاب لحظه‌ای در هر لحظه دلخواه برابر شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان در آن لحظه است.

$$a = \tan \theta = \text{شیب خط مماس بر نمودار } v-t$$



### یادداشت ریاضی:

همانطور که در یادداشت ریاضی بخش سرعت لحظه‌ای گفتیم شیب خط مماس بر هر نقطه از نمودار، برابر مشتق تابع در آن نقطه است.

$$\Rightarrow a(t) = v'(t) = \frac{dv(t)}{dt}$$

$$\Rightarrow a(t) = x''(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2}$$

آن جا یاد گرفتیم  $v(t) = x'(t) = \frac{dx(t)}{dt}$  حال:

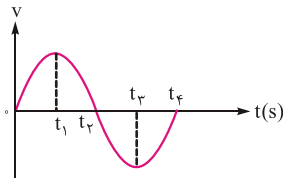
نماد  $x''(t)$  یا  $\frac{d^2x(t)}{dt^2}$  به معنای دو بار مشتق گرفتن از نمودار  $x-t$  است.

یعنی اگر از رابطه، مکان - زمان یک بار مشتق بگیریم به رابطه سرعت - زمان می‌رسیم و اگر دوباره از رابطه مشتق بگیریم به رابطه شتاب - زمان خواهیم رسید.





**مثال ۱۸** نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور  $x$  حرکت می‌کند مطابق شکل مقابل است. در چه فاصله زمانی بردار شتاب متحرک در جهت مثبت محور  $x$  است؟

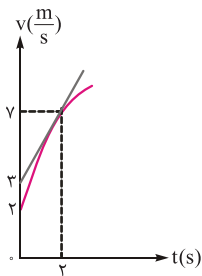


(مشابه تمرین ۱۳ صفحه ۷۴ کتاب درسی) (سراسری ریاضی ۸۶)

- (۱) ۰ تا  $t_1$       (۲) ۰ تا  $t_2$   
 (۳)  $t_1$  تا  $t_2$       (۴)  $t_2$  تا  $t_3$

**پاسخ** شیب نمودار  $v-t$  نشانگر شتاب متحرک است. شتاب متحرک در بازه‌هایی مثبت است که نمودار صعودی و شیب نمودار مثبت باشد، یعنی در بازه‌های ۰ تا  $t_1$  و  $t_1$  تا  $t_2$ .  
 گزینه ۱ صحیح است.

**مثال ۱۹** نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور  $x$  حرکت می‌کند مطابق شکل مقابل است. اندازه شتاب متحرک در لحظه  $t = 2s$  چند برابر اندازه شتاب متوسط متحرک در ۲ ثانیه اول حرکت می‌باشد؟



(مشابه تمرین ۱-۴ صفحه ۱۲ کتاب درسی) (آزمون کلون ۹۵)

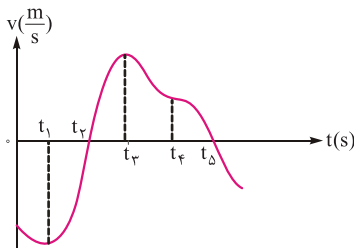
- (۱) ۰/۸      (۲) ۱  
 (۳) ۰/۵      (۴) ۱/۲۵

**پاسخ** شتاب در لحظه  $t = 2s$  برابر شیب مماس بر نمودار در این نقطه است.  

$$a_{av} = \frac{v(2) - v(0)}{2} = \frac{7 - 2}{2} = \frac{5}{2} \frac{m}{s^2}$$

$$a_2 = \frac{7 - 2}{2} = \frac{5}{2} \frac{m}{s^2} \Rightarrow \frac{a_2}{a_{av}} = \frac{2}{5/2} = 0/8$$
 گزینه ۱ صحیح است.

**مثال ۲۰** نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور  $x$  حرکت می‌کند، مطابق شکل داده شده است. به سؤالات زیر پاسخ دهید.

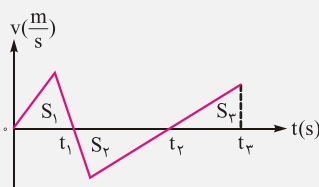


(مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲ کتاب درسی)

- الف) متحرک پس از شروع حرکت چند بار متوقف شده است؟  
 ب) متحرک چند بار تغییر جهت داده است؟  
 پ) شتاب متحرک چند بار صفر شده است؟  
 ت) جهت شتاب متحرک چند بار تغییر کرده است؟

**پاسخ** الف) ۲ بار.  $t_2$  و  $t_4$  (در لحظه‌هایی که نمودار محور زمان را قطع می‌کند)  
 ب) ۲ بار.  $t_2$  و  $t_4$  که علامت  $v$  تغییر کرده است.  
 پ) ۳ بار.  $t_1$ ،  $t_2$  و  $t_4$  که شیب نمودار صفر شده است.  
 ت) ۲ بار.  $t_1$  و  $t_3$  که جهت صعودی و نزولی بودن نمودار (علامت شیب) تغییر کرده است.

**نکات تکمیلی نمودار سرعت - زمان:**



- مساحت زیر نمودار  $v-t$  جابه‌جایی متحرک را نشان می‌دهد. اگر مساحت بالای محور افقی مختصات باشد،  $\Delta x = +S$  و اگر مساحت زیر محور افقی مختصات باشد، جابه‌جایی در خلاف جهت محور  $x$  بوده و  $\Delta x = -S$  یعنی در شکل روبرو:

$$\Delta x_{(0 \rightarrow t_1)} = +S_1, \Delta x_{(t_1 \rightarrow t_2)} = -S_2, \Delta x_{(t_2 \rightarrow t_3)} = +S_3 \Rightarrow \Delta x_{(0 \rightarrow t_3)} = S_1 - S_2 + S_3$$

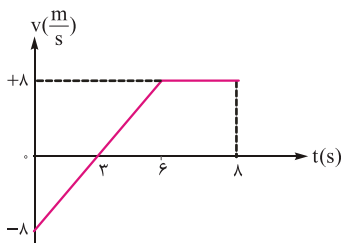
- یاد گرفتیم که مسافت طی شده برابر مجموع قدر مطلق جابه‌جایی متحرک در بازه‌هایی است که جهت حرکت متحرک تغییر نمی‌کند.

$$\Rightarrow l_{(0 \rightarrow t_3)} = S_1 + S_2 + S_3$$



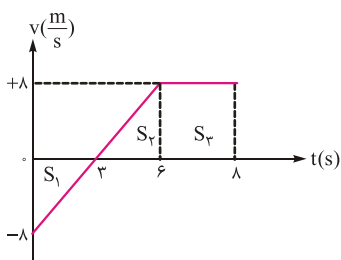
**مثال ۲۱)** نمودار سرعت - زمان جسمی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. سرعت متوسط جسم در ۸s اول چند متر بر ثانیه است؟

(مشابه تمرین ۱۸ صفحه ۲۵ کتاب درسی) (سراسری تیرماه ۸۵)



- (۲) ۳  
(۴) ۵  
(۱) ۲  
(۳) ۴

پاسخ



$$v_{av} = \frac{\Delta x_{0 \rightarrow 8}}{\Delta t}$$

$$\Delta x_{(0 \rightarrow 8)} = -S_1 + S_2 + S_3$$

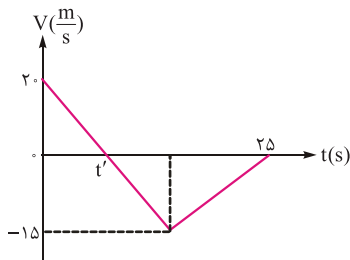
از روی شکل مشخص است  $S_1 = S_2$ . همچنین  $S_3 = 2 \times 8 = 16$

$$\Rightarrow \Delta x_{(0 \rightarrow 8)} = 16m \Rightarrow v_{av} = \frac{16}{8} = 2 \frac{m}{s}$$

گزینه ۱ صحیح است.

**مثال ۲۲)** نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. بزرگی سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی که متحرک خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. چند متر بر ثانیه است؟

(مکمل مثال ۹-۱ صفحه ۱۲ کتاب درسی) (سراسری ریاضی ۹۴)



- (۲) ۲/۵  
(۴) ۱۰  
(۱) صفر  
(۳) ۷/۵

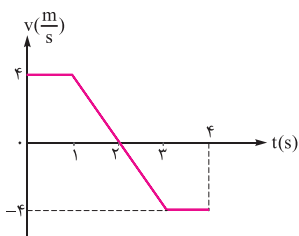
پاسخ باتوجه به نمودار متحرک در بازه  $t' \rightarrow 25$  دارای سرعت منفی و حرکت در خلاف جهت محور x است.

$$\Rightarrow |v_{av}| = \frac{|\Delta x_{(t' \rightarrow 25)}|}{25 - t'} = \frac{\text{مساحت زیر نمودار}}{25 - t'} = \frac{\frac{1}{2} \times 15 \times (25 - t')}{25 - t'} = 7.5 \frac{m}{s}$$

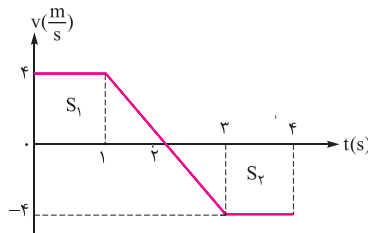
گزینه ۳ صحیح است.

**مثال ۲۳)** باتوجه به نمودار سرعت - زمان روبرو، تندی متوسط در بازه  $t_1 = 0$  تا  $t_2 = 4s$  چند متر بر ثانیه است؟

(مرتبط با صفحه‌های ۲۴ و ۱۹ و ۲۰ کتاب درسی)



- (۲) ۲  
(۴) ۴  
(۱) صفر  
(۳) ۳



پاسخ  ابتدا مسافت طی شده توسط متحرک در ۴ ثانیه را بدست می‌آوریم.

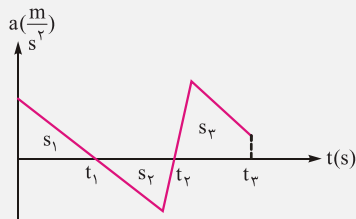
$$l = S_1 + S_2 = \left[ \frac{1}{2} (1+2) \times 4 \right] + \left[ \frac{1}{2} (1+2) \times 4 \right] = 12m$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{12}{4} = 3 \frac{m}{s}$$

گزینه ۳ صحیح است.

### نمودار شتاب - زمان و مساحت زیر منحنی:

- مساحت زیر نمودار  $a-t$  تغییرات سرعت متحرک را نشان می‌دهد.



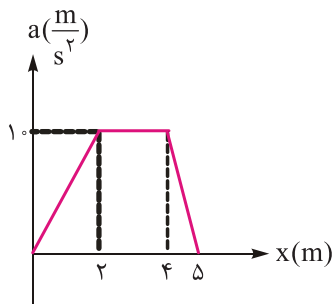
$$\begin{cases} \Delta v_{(0 \rightarrow t_1)} = S_1 \\ \Delta v_{(t_1 \rightarrow t_2)} = -S_2 \Rightarrow \Delta v_{(0 \rightarrow t_2)} = S_1 - S_2 + S_3 \\ \Delta v_{(t_2 \rightarrow t_3)} = S_3 \end{cases}$$

نکته: نمودار شتاب - زمان اطلاعاتی دربارهٔ سرعت اولیهٔ متحرک به ما نمی‌دهد. پس یا مقدار سرعت اولیه در صورت سؤال ذکر می‌شود، یا مجهول است و از روی سرعت متحرک در لحظه‌های بعدی و نکتهٔ مساحت زیر نمودار  $a-t$  بدست می‌آید.

### مثال ۲۴) نمودار شتاب - زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل

است. شتاب متوسط این متحرک در  $\Delta t$  اول حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟

(مرتبط با منضمه‌های ۱۰ تا ۱۱ کتاب درسی) (آزمون کانون ۹۴)

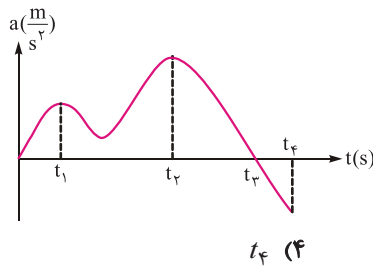


- |         |       |
|---------|-------|
| ۳/۵ (۱) | ۷ (۲) |
| ۱۰ (۳)  | ۲ (۴) |

پاسخ

$$\Delta v_{(0 \rightarrow 5)} = S = \frac{1}{2} (5+2) \times 10 = 35 \frac{m}{s} \Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{35}{5} = 7 \frac{m}{s}$$

گزینه ۲ صحیح است.



### مثال ۲۵) شکل زیر، نمودار شتاب - زمان متحرکی را که در مبدأ زمان و از حال سکون

در مسیری مستقیم شروع به حرکت کرده است را نشان می‌دهد. بیشترین سرعت متحرک مربوط به کدام لحظه است؟

(مرتبط با منضمه‌های ۱۰ تا ۱۱ کتاب درسی) (آزمون کانون ۹۴)

- |          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|
| ۱) $t_1$ | ۲) $t_2$ | ۳) $t_3$ | ۴) $t_f$ |
|----------|----------|----------|----------|

پاسخ  می‌دانیم مسافت مفسور بین نمودار و محور زمان برابر با تغییرات سرعت است، از طرفی سرعت اولیهٔ متحرک برابر صفر است. از

$t=0$  تا  $t=t_3$  مسافت زیر نمودار در حال زیاد شدن است. پس در  $t_3$  بیشترین سرعت متحرک را داریم.

گزینه ۳ صحیح است.

### تعیین نوع حرکت (کندشونده یا تندشونده):

قبل از یادگیری تشخیص تعیین حرکت تندشونده یا کندشونده، لازم است به تعریف کندشونده یا تندشونده بودن حرکت توجه کنید. حرکت تندشونده: حرکتی که اندازه سرعت متحرک (تندی متحرک) به طور پیوسته در حال افزایش باشد. حرکت کندشونده: حرکتی که اندازه سرعت متحرک (تندی متحرک) به طور پیوسته در حال کاهش باشد.

**نکته:** از تعاریف بالا مشخص است که اگر حرکت متحرکی در یک بازه زمانی تندشونده یا کندشونده باشد و متحرک روی خط راست حرکت کند، در آن بازه جهت حرکت متحرک نمی‌تواند تغییر کند.

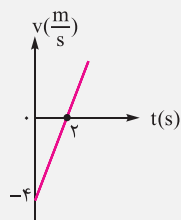
ذکر یک مثال ساده: فرض کنید معادله سرعت-زمان متحرکی به صورت  $v = 2t - 4$  باشد.

$t$	۰	۱	۲	۳	۴	۵
$v$	-۴	-۲	۰	۲	۴	۶

همانطور که در جدول فوق می‌بینیم در بازه  $t_0 = 0$  تا  $t_1 = 2s$  اندازه سرعت در حال کاهش و از  $t_1 = 2s$  به بعد اندازه سرعت در حال افزایش است. پس از  $t_0 = 0$  تا  $t_1 = 2s$  نوع حرکت کندشونده و از  $t_1 = 2s$  به بعد نوع حرکت تندشونده است.

### روش‌های تعیین نوع حرکت:

روش اول) استفاده از نمودار سرعت - زمان:

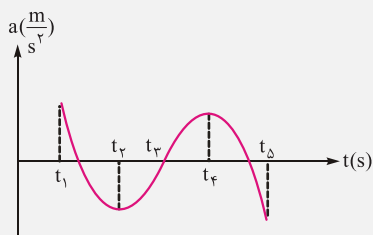


نمودار سرعت - زمان مثال قبلی را رسم می‌کنیم. همانطور که از روی نمودار روبرو مشخص است، در بازه  $t_0 = 0$  تا  $t_1 = 2s$  اندازه سرعت کاهش می‌یابد و در  $t = 2s$  به صفر می‌رسد که نشان از کندشونده بودن حرکت در این مدت زمان دارد. پس از  $t = 2s$ ، اندازه سرعت رفته رفته افزایش یافته و حرکت تند شونده می‌شود. این افزایش از دور شدن نمودار از محور افقی قابل برداشت است.

**نکته ۱:** برای تعیین نوع حرکت با استفاده از نمودار سرعت - زمان به دور شدن یا نزدیک شدن نمودار نسبت به محور افقی توجه می‌کنیم. اگر با گذشت زمان نمودار از محور افقی دور شود حرکت تندشونده و اگر به آن نزدیک شود، حرکت کندشونده است.

**نکته ۲:** صعودی یا نزولی بودن نمودار سرعت - زمان ارتباطی با نوع حرکت ندارد. همانطور که در مثال ذکر شده، نمودار در کل بازه صعودی است اما نوع حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

روش دوم) استفاده از نمودار مکان - زمان:



یاد گرفتیم که شیب مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه برابر سرعت لحظه‌ای متحرک است. پس اندازه سرعت لحظه‌ای متحرک (تندی لحظه‌ای) برابر اندازه شیب نمودار در هر لحظه است. پس اگر قدر مطلق شیب را بررسی کنیم می‌توانیم از روی نمودار مکان - زمان نوع حرکت را مشخص کنیم.



**نکته ۱:** در نمودار مکان - زمان اگر قدر مطلق شیب نمودار در حال افزایش باشد نوع حرکت تندشونده است (مانند بازه  $t_1$  تا  $t_2$  و  $t_3$  تا  $t_4$  در نمودار بالا). همچنین اگر در نمودار مکان - زمان قدر مطلق شیب نمودار در حال کاهش باشد، نوع حرکت کندشونده است (مانند بازه  $t_1$  تا  $t_2$  و  $t_3$  تا  $t_4$  در نمودار بالا).

**نکته ۲:** از نکته قبل می‌توان نتیجه گرفت که در نمودار مکان - زمان، به عبارتی، هر حرکتی که از حال سکون آغاز شود، در ابتدا تندشونده است. پس از عبور از نقاط اکسترمم، قدر مطلق سرعت متحرک از صفر به مقادیر بیشتری رسیده و حرکت تندشونده است.



روش سوم) علامت حاصل ضرب  $a$  و  $v$ :

باتوجه به تعریف شتاب متوسط و لحظه‌ای نتیجه می‌گیریم که اگر متحرکی که روی خط راست در حال حرکت است شتابی هم جهت با سرعت داشته باشد قدر مطلق سرعت افزایش یافته و حرکت تندشونده است و اگر شتاب در جهت مخالف سرعت باشد، قدر مطلق سرعت کاهش یافته و حرکت کندشونده می‌باشد.

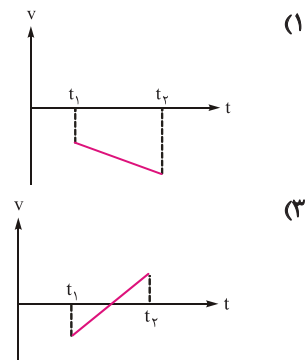
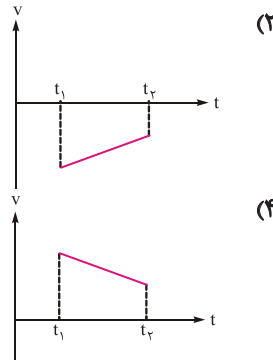


**نکته ۱:** برای تعیین نوع حرکت متحرک در هر لحظه کفایت حاصل ضرب  $av$  را تعیین علامت کنیم، اگر  $av > 0$  باشد (یعنی هم جهت بودن سرعت و شتاب) حرکت تندشونده و اگر  $av < 0$  باشد (یعنی مخالف جهت بودن سرعت و شتاب) حرکت کندشونده است.

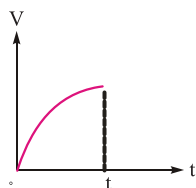
**نکته ۲:** همانطور که دیدیم برای تعیین نوع حرکت روش‌های متفاوتی وجود دارد و دانش‌آموز باید با حل تست‌های فراوان به مرحله تشخیص روش بهتر برای هر تست برسد. اما به طور کلی روش نمودار سرعت - زمان روش پرکاربردتر و سریع‌تری است.

**مثال ۲۶)** کدام نمودار مربوط به متحرکی است که در بازه زمانی نشان داده شده حرکت آن پیوسته تندشونده است؟

(مشابه فصلیت ۱-۲ صفحه ۱۶ کتاب درسی) (سراسری تجربی ۹۰)



**پاسخ** با استفاده از نمودار سرعت - زمان می‌دانیم حرکت در بازه‌ای تندشونده است که با گذشت زمان، نمودار از محور افقی دور شود. گزینه ۱ صحیح است.



**مثال ۲۷)** شکل مقابل نمودار سرعت - زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند. حرکت آن در فاصله زمانی نشان داده شده در شکل چگونه است؟

(مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲ کتاب درسی) (سراسری ریاضی ۸۷)

- ۱) کندشونده با شتاب ثابت      ۲) تندشونده با شتاب ثابت  
۳) کندشونده با شتاب متغیر      ۴) تندشونده با شتاب متغیر

**پاسخ** شیب نمودار  $v-t$  برابر شتاب متحرک است و چون این شیب متغیر است پس شتاب متحرک هم متغیر است. با گذشت زمان نمودار از محور افقی فاصله می‌گیرد، پس حرکت تندشونده است. گزینه ۴ صحیح است.